Laboratório de Física Experimental

Apostila

Curso: Engenharia de Petróleo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Sumário

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Apresentação

O laboratório fornece ao estudante uma oportunidade única de validar as teorias físicas de uma maneira quantitativa num experimento real. A experiência no laboratório ensina ao estudante as limitações inerentes à aplicação das teorias físicas a situações físicas reais e introduz várias maneiras de minimizar esta incerteza experimental. O propósito dos laboratórios de Física é tanto o de demonstrar algum princípio físico geral, quanto permitir ao estudante aprender e apreciar a realização de uma medida experimental cuidadosa.

Esta apostila desenvolvida pelo grupo de professores de Física do CEUNES contempla um estudo introdutório à teoria de erros com vista ao tratamento de dados obtidos no Laboratório e a construção de gráficos lineares, além da descrição detalhada de 09 experimentos nas áreas de mecânica, fluidos e calor.

A Coordenação

UFES CEUNES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

DESENVOLVIMENTO DO CURSO, PROVAS PARCIAIS E TESTES

As três primeiras aulas estão reservadas para um estudo introdutório à teoria dos erros, com vistas ao tratamento dos dados obtidos no Laboratório, sendo que a segunda aula será reservada, especificamente, para o estudo de gráficos em papel milimetrado e/ou monolog.

No restante das aulas serão realizadas oito experiências, divididas em duas séries de quatro, havendo a possibilidade de uma experiência extra.

Os alunos serão distribuídos em quatro grupos, sendo que cada grupo desenvolverá uma experiência em cada aula.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

CRITÉRIO GERAL:

As avaliações no decorrer do semestre serão feitas através de duas provas, dois testes e relatórios com os seguintes pesos:

$$M_{parcial} = \frac{3M_{provas} + M_{testes} + M_{relatorios}}{5}$$

M_{provas} = Média aritmética das notas obtidas nas 2 provas parciais

M_{testes} = Média aritmética das notas obtidas nos 2 testes

$M_{relatórios}$ = Média aritmética das notas obtidas nos relatórios.

1. Provas:

A primeira prova será aplicada após as quatro primeiras experiências, portanto com o conteúdo abordado nestas experiências.

A segunda prova será aplicada após se completarem as quatro experiências finais, sendo abordado o conteúdo referente a estas experiências.

As provas consistirão de problemas ou questões que poderão abordar qualquer aspecto das experiências, como procedimentos, conceitos físicos envolvidos diretamente com as mesmas, dedução de fórmulas específicas para os cálculos das grandezas, cálculos numéricos, etc.

2. Testes:

O primeiro teste consistirá de questões referentes ao conteúdo de teoria de erros.

O segundo teste consistirá na elaboração de um gráfico (em papel milimetrado e/ou monolog) incluindo todos os procedimentos e cálculos pertinentes.

3. Relatórios:

Após cada aula com experiência, o grupo deverá elaborar um relatório seguindo os roteiros disponibilizados pelos professores contendo: os cálculos, os gráficos (quando houver), discussão das questões propostas, dedução de fórmulas se forem solicitadas na apostila e conclusão que deverá incluir comentários referentes aos resultados obtidos, aos procedimentos adotados e sua relação com a teoria envolvida.

Observações:

- ✓ Cada grupo deverá apresentar apenas um relatório elaborado por todos os seus membros.
- ✓ Os grupos deverão apresentar o relatório, na aula seguinte àquela da realização da experiência, sem prorrogação.
- ✓ Pontualidade: será dada uma tolerância de, no máximo, 15 minutos. Um atraso maior será considerado na nota do relatório correspondente.

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Informações gerais sobre o curso:

- **NÃO** será permitido, **em hipótese nenhuma**, o uso de **calculadoras programáveis** (tipo HP ou similares), em **provas** e **testes**. Entretanto, recomenda-se a utilização de uma calculadora científica comum.

- Em caso de reutilização de apostilas de anos anteriores, **NÃO** deverão constar, **em hipótese nenhuma**, os dados tomados naquela ocasião: estes deverão estar **todos apagados**.

- O aluno poderá repor, em caso de falta, **apenas UMA** experiência da primeira série e **UMA** experiência da segunda série, nos **dias e horários** de **'Reposição de Experiências'** indicados no calendário.

- A 'Reposição de Experiências' é feita somente com a presença do monitor e o relatório relativo à experiência reposta só poderá atingir o **valor máximo de 7,0**.

- É importante repetir: os relatórios das experiências (**1 relatório por grupo**) deverão ser apresentados na aula seguinte daquela da realização da experiência, **sem prorrogação**.

- Em caso de falta do aluno às aulas dos dias dos testes, **NÃO** caberá reposição dos mesmos. Em caso de falta do aluno a uma das provas e **somente mediante a apresentação de atestado médico** na aula seguinte ao dia da prova, esta poderá ser reposta.

1 Cronograma

Semana 1: Apresentação do curso;

Semana 2: Teoria da Medida e dos Erros;

Semana 3: Gráficos lineares;

Semana 4: Experimentos;

Semana 5: Experimentos;

Semana 6: Experimentos;

Semana 7: Experimentos;

Semana 8: Semana de Reposição de Experimentos;

Semana 9: Semana de dúvidas;

Semana 10: Primeira prova;

Semana 11: Experimentos;

Semana 12: Experimentos;

Semana 13: Experimentos;

Semana 14: Experimentos;

Semana 15: Semana de Reposição de Experimentos;

Semana 16: Semana de dúvidas;

Semana 17: Segunda prova;

Semana 18: Prova final.

2 Relatórios

De uma forma geral, em ciência os resultados de um dado estudo são registrados e divulgados na forma de relatórios científicos. Entende-se por relatório científico um documento que segue um padrão previamente definido e redigido de forma que o leitor, a partir das indicações do texto, possa realizar as seguintes tarefas:

1) Reproduzir as experiências e obter os resultados descritos no trabalho, com igual ou menor número de erros;

2) Repetir as observações e formar opinião sobre as conclusões do autor;

3) Verificar a exatidão das análises, induções e deduções, nas quais estiverem baseadas as conclusões do autor, usando como fonte as informações dadas no relatório.

2.1 Partes de um relatório

1. Capa: Deve incluir os dados do local onde a experiência foi realizada (Universidade, Instituto e Departamento), disciplina, professor, equipe envolvida, data e título da experiência.

2. **Introdução:** Esta parte deve incluir um as equações mais relevantes (devidamente numeradas), as previsões do modelo teórico (de preferência em forma de tabela ou lista) e todos os símbolos utilizados para representar as grandezas físicas envolvidas.

A introdução não deve possuir mais que duas páginas em texto com fonte 10 ou três páginas manuscritas.

3. **Dados experimentais:** Deve apresentar os dados obtidos (preferencialmente em forma de tabelas), ou seja, todas as grandezas físicas medidas, incluindo suas unidades. Dados considerados anômalos devem ser identificados com uma anotação. **As incertezas de cada medida devem estar indicadas.** As tabelas devem ser numeradas em sequência e conter uma legenda descritiva.

4. **Cálculos:** Todos os cálculos devem ser apresentados, incluindo as etapas intermediárias (cálculo de erros, métodos de análise gráfica, etc.), para permitir a conferência e recálculo pelo mesmo caminho. Os resultados experimentais devem ser apresentados com os algarismos significativos apropriados.

Em caso de repetição de procedimentos idênticos de cálculo, como, por exemplo, a multiplicação de 10 valores da posição de um corpo por uma constante é permitido que apenas o primeiro cálculo seja detalhado no relatório, mas os resultados de todos eles devem ser apresentados sob a forma de tabela.

Aliás, os valores de cada grandeza obtida por meio dos cálculos devem ser apresentados de forma organizada (preferencialmente sob a forma de tabelas) no fim desta seção.

Caso a tabela com os resultados dos cálculos claramente apresentados não seja incluída, o professor tem a opção de cortar todos os pontos referentes a esta seção do relatório.

Quando houver gráficos, com cálculo de coeficiente angular, estes devem ser incluídos nesta seção. O cálculo do coeficiente deve ser feito nas costas da folha de gráfico.

5. **Análise de dados:** Esta é a parte mais importante do relatório, na qual o aluno verifica **quantitativamente** se o objetivo inicialmente proposto foi atingido. As previsões teóricas mostradas na introdução devem ser confrontadas com os resultados experimentais e a diferença numérica entre os valores esperados e obtidos deve ser discutida. Sempre que possível, a comparação deve ser feita sob a forma de tabelas ou gráficos que devem ser comentado(as) no texto. Também é razoável comentar aqui valores de coeficientes angulares obtidos na seção anterior. O objetivo é comprovar ou não as hipóteses feitas na teoria.

6. **Conclusão:** A conclusão apresenta um resumo dos resultados mais significativos da experiência e sintetiza os resultados que conduziram à comprovação ou rejeição da hipótese de estudo. Aqui deve ser explicitado se os objetivos foram atingidos, utilizando preferencialmente critérios quantitativos. Também se deve indicar os aspectos que mereciam mais estudo e aprofundamento.

7. **Bibliografia:** São as referências bibliográficas que serviram de embasamento teórico.

2.2 Apresentação dos resultados

Os resultados devem ser apresentados, sempre que possível, em forma de tabelas, destacando dentro de "retângulos" os resultados isolados.

2.3 Recomendações sobre os cálculos numéricos

Deve-se evitar que sucessivos arredondamentos e/ou truncamentos conduzam a valores incorretos para as incertezas resultantes dos cálculos efetuados. Assim, recomenda-se:

- ✓ Efetuar os cálculos intermediários para a propagação das incertezas com, no mínimo, **TRÊS** algarismos "significativos" nas incertezas.
- ✓ Ao avaliar graficamente o coeficiente angular de uma reta e sua incerteza, considere esta avaliação como um cálculo intermediário.
- ✓ Os resultados finais devem ser apresentados com **UM** só algarismo significativo na incerteza.

3 Introdução à Física Experimental

Sempre que se fala em Física Experimental a primeira ideia que vem a mente da maioria das pessoas é a de um Laboratório cheio de molas, massas, balanças, escalas de precisão, multímetros, osciloscópios, dentre mais uma enorme parafernália de objetos e instrumentos. A ideia não está de todo errada, mas é incompleta. O laboratório é apenas uma pequena parte do assunto. A Física Experimental ou, em termos mais amplos, o método experimental, é um dos pilares fundamentais da Ciência. Embora haja ramos da ciência onde a experimentação seja desnecessária, o método experimental é parte essencial do chamado método científico.

Por ora vamos deixar de lado as considerações filosóficas sobre o Conhecimento Científico. Em outra seção falaremos sobre esse importante aspecto. Para nosso propósito imediato podemos dizer que o método científico compreende um conjunto de procedimentos e critérios que permitem compreender e explicar de modo confiável as leis e fenômenos naturais. De modo esquemático e bastante simplificado podemos resumir o método científico com o diagrama abaixo (Figura 1)

FIGURA 1- DIAGRAMA ESQUEMÁTICO PARA DEFINIR MÉTODO CIENTÍFICO.

O processo compreende as seguintes fases importantes:

- ✓ Observação. Nesta fase de coleta de dados por meio de medidas diversas ocorrem, simultaneamente, dúvidas e ideias acerca do fenômeno observado;
- ✓ Busca de uma relação entre os fatos observados e conceitos ou fatos pré-estabelecidos;
- ✓ Hipóteses, modelos e planejamento de experiências de verificação;
- ✓ Realização dos experimentos. Nesta fase novamente são efetuadas diversas medições criteriosas e cuidadosas;
- ✓ Interpretação dos dados obtidos, conclusões e divulgação dos resultados para que possam ser apreciados, reproduzidos e realimentados por idéias de outros pesquisadores.

Deve-se notar que ao longo de todo o processo, a capacidade interrogativa e criativa do homem acha-se presente e atuante, criando um ciclo dinâmico de retroalimentação de novas dúvidas, novas observações e novas experimentações, Isto gera resultados cada vez mais detalhados e confiáveis ou ainda novas conclusões, estabelecendo-se um acúmulo continuado de conhecimentos.

Para maior confiabilidade, o método experimental deve obedecer ainda a dois requisitos fundamentais. Em primeiro lugar os experimentos devem ser, obrigatoriamente, reprodutíveis por qualquer pessoa e em qualquer lugar, respeitadas as condições e métodos empregados. Em segundo lugar, temos o princípio da falsificação, isto é, toda proposição científica deve admitir experimentos que, caso não forneçam os resultados esperados permitam refutar a hipótese levantada. Uma consequência importante destes aspectos é que qualquer resultado inesperado exige o reexame completo e minucioso das hipóteses e modelos construídos.

A Física é uma ciência que se baseia quase sempre na observação do fenômeno natural e na identificação e medida das propriedades que o caracterizam. Frequentemente, essas observações e medidas não são feitas diretamente pelos nossos sentidos, mas através de equipamentos complexos, desenvolvidos para essa finalidade e fruto, eles também, de experiências anteriores sobre o mesmo tema. A Física, ao mesmo tempo em que busca a solução dos problemas fundamentais de COMO e PORQUE as coisas ocorrem ou são como são, busca, em primeiro lugar, responder às questões QUANDO, QUANTO, a que DISTÂNCIA, de que TAMANHO dentre outras de igual teor. A ciência sempre parte do mais simples para o mais complexo. Uma postura contrária, fatalmente prejudicaria a análise e conduziria a um alto índice de erros.

Como ciência exata, a Física busca desvendar não apenas os aspectos qualitativos dos mistérios da natureza, mas também os aspectos quantitativos. É fácil então entender que a matemática é um instrumento essencial para o físico, pois a matemática é a linguagem que permite expressar de modo exato, unívoco e universal as regularidades e padrões de comportamento observados na natureza. Entretanto, o uso da chamada intuição física é essencial, pois muitas vezes a essência de um fenômeno não pode ser entendida apenas através de equações. Os princípios físicos fundamentais também podem e devem ser entendidos sem auxílio da matemática.

A Física Teórica constrói modelos para explicar fenômenos observados experimentalmente, procurando a partir deles, predizer os resultados de novos experimentos. O critério final de sucesso é a concordância das previsões do modelo com os resultados determinados de forma experimental. Isto cria uma interação e realimentação permanente entre a experiência e a teoria, com desafios cada vez maiores para a inteligência humana.

Percebe-se neste processo todo que a realização de medições é um aspecto muito importante para a Ciência sendo parte fundamental da metodologia científica. Não existe observação ou análise sem alguma forma de medição. Por este motivo, o conhecimento das unidades de medida e dos instrumentos adequados ao tipo de medida que se pretende realizar tem relevância prática fundamental. Além disto, qualquer medição está sujeita a erros. Erros devido a defeitos do instrumento, erros devido à falhas do operador e erros inerentes ao problema em foco. Disto, segue a importância de se conhecer bem os instrumentos e métodos a serem utilizados bem como procurar adquirir um bom embasamento teórico do fenômeno a ser estudado.

4 Teoria da medida e dos erros

4.1 Grandezas Físicas e Padrões de Medidas

Grandezas físicas são propriedades de um ente físico às quais podemos atribuir um valor IMPESSOAL, ou seja, um valor numérico obtido por comparação com um VALOR-PADRÃO. Por exemplo, duas grandezas físicas para um ser humano são: seu peso e sua altura. Quando dizemos, por exemplo, que a altura de um homem é de 1,90 metros, queremos dizer que ele possui uma altura 1,90 vezes o comprimento de um PADRÃO (o metro) gravado em uma barra metálica que está guardada em *Sèvres*, nos arredores de Paris, no *Bureau International dês Poids et Mesures*. Repare que não medimos o homem e sim uma de suas propriedades: a altura. Neste exemplo, o PADRÃO (metro) define uma UNIDADE da grandeza comprimento: uma UNIDADE PADRÃO de comprimento chamada metro. Generalizando, todas as grandezas físicas podem ser expressas em termos de um pequeno número de UNIDADES PADRÕES fundamentais. Neste contexto, fazer uma medida significa comparar uma quantidade de uma dada grandeza, com outra quantidade definida como unidade padrão da mesma grandeza.

A escolha de UNIDADES PADRÕES de grandezas determina o sistema de unidades de todas as grandezas usadas em Física. O sistema de unidades “oficial” usado pela maioria dos cientistas e engenheiros denomina-se normalmente sistema métrico, porém desde 1960, ele é conhecido oficialmente como Sistema Internacional, ou SI (das iniciais do nome francês Système International), porém, ainda existem outros sistemas de unidades utilizados, como o CGS. O SI é baseado em sete UNIDADES PADRÕES FUNDAMENTAIS:

Grandeza	Nome da Unidade	Símbolo
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
corrente elétrica	ampère	A
temperatura termodinâmica	kelvin	K
quantidade de substância	mol	mol
intensidade luminosa	candela	cd

As unidades de outras grandezas como velocidade, força, energia e torque são derivadas das sete grandezas acima. Na tabela abaixo estão listadas algumas destas grandezas:

Grandeza	Dimensão	Unidade
Velocidade	m/s	
Trabalho	1 N . m	Joule (J)
Potência	1 J/s	Watt (W)
Força	1 Kg . m/s^2	Newton (N)
Aceleração	1 m/ s^2	
Densidade	1 kg/m^3	

No quadro abaixo também estão listados os prefixos dos múltiplos e submúltiplos mais comuns das grandezas fundamentais, todos na base de potências de 10. Os prefixos podem ser aplicados a qualquer unidade:

Múltiplo	**Prefixo**	**Símbolo**
10^{12}	tera	*T*
10^{9}	giga	*G*
10^{6}	mega	*M*
10^{3}	kilo	*k*
10^{-2}	centi	*c*
10^{-3}	mili	*m*
10^{-6}	micro	*μ*
10^{-9}	nano	*n*
10^{-12}	pico	*p*

Como curiosidade, podemos citar algumas ordens de grandeza do Universo:

Próton	10^{-15} m , 10^{-27} kg
Átomo	10^{-10} m
Vírus	10^{-7} m , 10^{-19} kg
Gota de chuva	10^{-6} kg
Período da radiação da luz visível	10^{-15} s
Terra	10^{7} m , 10^{24} kg , 10^{17} kg
Sol	10^{9} m , 10^{30} kg
Via-Láctea	10^{21} m , 10^{41} kg
Universo Visível	10^{26} m , 10^{52} kg , 10^{18} s

4.2 Medidas Físicas

As medidas de grandezas físicas podem ser classificadas em duas categorias: medidas DIRETAS e INDIRETAS. A medida direta de uma grandeza é o resultado da leitura de uma magnitude mediante o uso de instrumento de medida, como por exemplo, um comprimento com régua graduada, ou ainda a de uma corrente elétrica com um amperímetro, a de uma massa com uma balança ou de um intervalo de tempo com um cronômetro.

Uma medida indireta é a que resulta da aplicação de uma relação matemática que vincula a grandeza a ser medida com outras diretamente mensuráveis. Como exemplo, a medida da velocidade média v de um carro pode ser obtida através da medida da distância percorrida S e o intervalo de tempo Δt, sendo $v = \dfrac{S}{\Delta t}$.

4.3 Erros e Desvios

Algumas grandezas possuem seus valores reais conhecidos e outras não. Quando conhecemos o valor real de uma grandeza e experimentalmente encontramos um resultado diferente, dizemos que o valor observado está afetado de um erro, o qual pode ser definido como:

ERRO ➔ Diferença entre um valor observado (V_{obs}) ao se medir uma grandeza e o valor real (V_{Real}) ou correto da mesma.

$$Erro = V_{obs} - V_{Real} \tag{1}$$

Conforme teremos oportunidade de estudar, obter o valor real da maioria das grandezas físicas, através de uma medida, é quase impossível. Apesar de não podermos encontrar o valor real de determinada grandeza, podemos estabelecer, através de critérios que estudaremos oportunamente, um valor adotado que mais se aproxima do valor real, como é o caso da aceleração da gravidade. Neste caso, ao efetuarmos uma medida, falamos em **desvios** e não em **erros**.

Desvio pode ser definido como:

DESVIO ➔ Diferença entre um valor observado (V_{obs}) ao se medir uma grandeza e o valor adotado (V_{adot}) que mais se aproxima teoricamente do valor real.

$$Desvio = V_{obs} - V_{adot} \qquad (2)$$

Na prática se trabalha na maioria das vezes com desvios e não com erros.

Os desvios podem ser apresentados sob duas formas:

- Desvio - já definido
- Desvio Relativo - é a relação entre o desvio absoluto e o valor adotado como o mais próximo teoricamente do valor real desta grandeza.

$$\text{Desvio Relativo} = \frac{Desvio}{V_{adotado}} \qquad (3)$$

O desvio relativo percentual é obtido, multiplicando-se o desvio relativo por 100%.

O desvio relativo nos dá, de certa forma, uma informação a mais acerca da qualidade do processo de medida e nos permite decidir, entre duas medidas, qual a melhor.

4.3.1 Classificação de Erros

Por mais cuidadosa que seja uma medição e por mais preciso que seja o instrumento, não é possível realizar uma medida direta perfeita. Ou seja, sempre existe uma incerteza ao se comparar uma quantidade de uma grandeza física com sua unidade.

Segundo sua natureza, os erros são geralmente classificados em três categorias: grosseiros, sistemáticos e aleatórios ou acidentais.

4.3.1.1 Erros Grosseiros

Erros que ocorrem devido à imperícia ou distração do operador. Como exemplos, podemos citar a escolha errada de escalas, erros de cálculo e erro de paralaxe. Devem ser evitados pela repetição cuidadosa das medições.

4.3.1.2 Erros Sistemáticos

Os erros sistemáticos são causados por fontes identificáveis, e em princípio, podem ser eliminados ou compensados. Estes erros fazem com que as medidas efetuadas estejam consistentemente acima ou abaixo do valor real, prejudicando a **exatidão** das medidas. Erros sistemáticos podem ser devidos a vários fatores, tais como:

• ao instrumento que foi utilizado, por exemplo, intervalos de tempo medidos com um relógio que atrasa;

• ao método de observação utilizado, por exemplo, medir o instante da ocorrência de um relâmpago pelo ruído do trovão associado;

• a efeitos ambientais, por exemplo, a medida do comprimento de uma barra de metal, que pode depender da temperatura ambiente;

• a simplificações do modelo teórico utilizado, por exemplo, não incluir o efeito da resistência do ar numa medida da gravidade baseada na medida do tempo de queda de um objeto a partir de uma dada altura.

4.3.1.3 Erros Aleatórios ou Acidentais

Erros devidos a causas diversas, bem como a causas temporais que variam durante observações sucessivas e que escapam a uma análise em função de sua imprevisibilidade, prejudicando a **precisão** das medidas. Podem ter várias origens, entre elas:

- instabilidades nos instrumentos de medidas;
- erros no momento da medida como, por exemplo, uma leitura com precisão maior do que aquela fornecida pela escala;
- pequenas variações das condições ambientais (pressão, temperatura, umidade, fontes de ruídos, etc.);

Erros aleatórios podem ser tratados quantitativamente através de métodos estatísticos, de maneira que seus efeitos sobre a grandeza física medida, podem ser, em geral, determinados.

A distinção entre erros aleatórios ou sistemáticos é, até certo ponto, subjetiva, entretanto, existe uma diferença clara, a contribuição dos erros aleatórios pode ser reduzida pela repetição das medidas, enquanto àquela relativa a erros sistemáticos em geral é insensível à repetição.

4.3.2 Incertezas

O erro é inerente ao processo de medida, isto é, nunca será completamente eliminado. O erro poderá ser minimizado, procurando-se eliminar o máximo possível as fontes de erro acima citadas. Portanto, ao realizar medidas é necessário avaliar quantitativamente as INCERTEZAS nas medições (Δx). Aqui devem ser diferenciadas duas situações: a primeira trata de medidas diretas, e a segunda de indiretas.

4.3.2.1 Incertezas em Medidas Diretas

A medida direta de uma grandeza x com sua incerteza estimada pode ser feita de duas formas distintas:

a) Medindo-se apenas uma vez a grandeza x: neste caso, a estimativa de incerteza na medida, Δx, é feita a partir do **instrumento de medida** utilizado (ver-se-á as regras no item 4) e o resultado será expresso por:

$$x \pm \Delta x \qquad (4)$$

Obs: O sinal $\pm$ aqui não indica que Δx pode ser tanto positivo como negativo (como no caso $x^2 = 4,\ \text{logo}\ x = \pm 2$), mas sim que o valor obtido na medida é único, porém, devido à limitação do instrumento de medida, não é exatamente o valor lido, e pode ser qualquer número do intervalo [$x - \Delta x$, $x + \Delta x$]. Se forem detectadas outras fontes de erro, o valor de Δx deve ser incrementado com o valor estimado da contribuição do referido erro. Lembre-se: JAMAIS DEVEMOS DISSOCIAR O VALOR DE UMA MEDIDA DO SEU VALOR DE INCERTEZA!

b) Medindo-se N vezes a mesma grandeza x, sob as mesmas condições físicas. Os valores medidos x_1, x_2, ..., x_N não são geralmente iguais entre si e descontando os erros grosseiros e sistemáticos, as diferenças entre eles são atribuídas aos erros aleatórios. Neste caso, o resultado da medida é expresso em função das incertezas como:

$$x = x_m \pm \Delta x \tag{5}$$

onde x_m é o valor médio das N medidas, dado por:

$$x_m = \sum_{i=1}^{N} \frac{x_i}{N} \tag{6}$$

Existem outros parâmetros que podem representar os valores centrais em torno dos quais estes dados se distribuem, tais como: a moda, a média quadrática e a mediana. A escolha do parâmetro depende do tipo de distribuição dos dados e do sistema.

Δx é a incerteza da medida e representa a variabilidade e a dispersão das medidas. Esta incerteza pode ser determinada de várias formas. Neste curso, trabalharemos com a incerteza absoluta e o desvio padrão.

- ✓ *Incerteza Absoluta:*

$$\Delta x = \sum_{i=1}^{N} \frac{|x_m - x_i|}{N} \tag{7}$$

- ✓ *Desvio Padrão:*

$$\Delta x = \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_m - x_i)^2}{N}} \tag{8}$$

Para um pequeno número de medidas, a incerteza (ou erro) associado a cada medida será dada por (Santoro, Mahon *et al.*, 2005):

$$\Delta x = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - x_m)^2}{N-1}} \tag{9}$$

Outra grandeza importante é a incerteza relativa $\delta = \dfrac{\Delta x}{x_m}$. Por exemplo, se uma barra de aço tem comprimento dado por $(2,5 \pm 0,5)\,m$, significa que esse comprimento está sendo comparado com o padrão denominado metro e que a incerteza associada à medida é de $0,5\ m$. A incerteza relativa nesta medida é de $\dfrac{0,5}{2,5} = 0,2$ ou 20%.

Quando o número de medidas cresce indefinidamente, a distribuição de frequência das medidas tende, usualmente, à **distribuição de Gauss**. Medidas diretas que se distribuem segundo a distribuição de Gauss, tem a seguinte propriedade:

- 68,3% das medidas estão entre $(x_m - \sigma)\ e\ (x_m + \sigma)$
- 95,5% das medidas estão entre $(x_m - 2\sigma)\ e\ (x_m + 2\sigma)$
- 97,7% das medidas estão entre $(x_m - 3\sigma)\ e\ (x_m + 3\sigma)$

Dependendo do tipo de sistema, outros tipos de distribuições estatísticas podem ser mais indicados, como por exemplo: a **distribuição de Poisson**, **distribuição Binomial**, **distribuição Gama**, etc.

Os valores médios e os desvios padrões podem ser obtidos por programas de ajustes, como por exemplo, o **Origin** e algoritmos do **MATLAB**, a partir de um conjunto de medidas.

4.3.2.2 Incertezas em Medidas Indiretas

Geralmente é necessário usar valores medidos e afetados por incertezas para realizar cálculos a fim de se obter o valor de outras grandezas indiretas. É necessário conhecer como a incerteza na medida original afeta a grandeza final.

5 Propagação de incertezas - Crítica ao resultado da medição de uma grandeza

Nas medidas indiretas o valor da grandeza final dependerá das incertezas de cada uma das grandezas obtidas direta ou indiretamente, bem como da forma da expressão matemática utilizada para obtê-las.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Consideremos que a grandeza V a ser determinada esteja relacionada com outras duas ou mais, através da relação: $V = f(x_1 \pm \Delta x_1, x_2 \pm \Delta x_2, ..., x_n \pm \Delta x_n)$, onde f é uma função conhecida de $x_1 \pm \Delta x_1, x_2 \pm \Delta x_2, ..., x_n \pm \Delta x_n$.

Examinaremos então como se obtém a incerteza do valor da grandeza que se mede indiretamente, em função das incertezas das medidas diretas.

Um método usualmente aplicado e que nos dá o valor de ΔV, imediatamente, em termos de $\Delta x_1, \Delta x_2, ..., \Delta x_n$, é baseado na aplicação do cálculo diferencial:

$$\Delta V = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial V}{\partial x_i} \right| \Delta x_i \qquad (10)$$

Uma derivada parcial, como por exemplo $\frac{\partial V}{\partial x_1}$, é a derivada de *V* em relação a x_2, assumindo as demais *n-1* variáveis (as demais grandezas diretas) constantes. Para maiores detalhes, consulte livros de cálculo diferencial e numérico.

Os termos do tipo $\frac{\partial V}{\partial x_i}$ são denominados FATORES DE SENSIBILIDADE de *V* em relação a x_i.

Outra equação encontrada na literatura (deduzida a partir do cálculo estatístico considerando uma distribuição Gaussiana) é:

$$\Delta V = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x_i} \right)^2 \Delta x_i^2} \qquad (11)$$

Consideremos agora, um método mais imediato, envolvendo apenas operações de álgebra elementar.

5.1 Soma ou subtração

Considerando as medidas de n grandezas: *A, B, C, ...,* e suas respectivas incertezas:

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

$$\left.\begin{array}{l} A = a \pm \Delta a \\ B = b \pm \Delta b \\ C = c \pm \Delta c \\ \vdots \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{c} a,\ b,\ c,\cdots = valores\ medidos \\ \pm\Delta a,\ \pm\Delta b,\ \pm\Delta c,\cdots = incertezas\ absolutas \end{array}\right) \quad (12)$$

$$S = A + B + C + ... \quad (13)$$

$$S = s \pm \Delta s \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} s = \text{valor da soma} \\ \pm\Delta r = \text{incerteza absoluta da soma} \end{array}\right\} \quad (14)$$

Neste caso, aplicando a equação (11),

$$\Delta s = \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial a}\right)^2 (\Delta a)^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial b}\right)^2 (\Delta b)^2 + ...} = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2 + ...} \quad (15)$$

Aplicando a equação (10), obtém-se:

$$s \pm \Delta s = (a + b + c + ...) \pm (|\Delta a| + |\Delta b| + |\Delta c| + ...) \quad (16)$$

Para o caso da subtração as expressões análogas são:

$$\Delta d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial a}\right)^2 (\Delta a)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial b}\right)^2 (\Delta b)^2 + ...} = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2 + ...} \quad (17)$$

ou

$$d \pm \Delta d = (a - b - c - ...) \pm (|\Delta a| + |\Delta b| + |\Delta c| + ...) \quad (18)$$

As incertezas se somam!

5.2 Outras operações

A multiplicação, a divisão, a radiciação e a potenciação, poderão ser englobadas na fórmula monômio.

$$F = K.A.B^{\alpha}.C^{\beta} \quad (19)$$

UFES CEUNES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Demonstra-se teoricamente (faça a derivada e analise) que, adotando a equação (10), a incerteza absoluta $\pm\Delta f$ poderá ser colocada em função das incertezas absolutas das grandezas que a compõem pela seguinte fórmula:

$$\pm\Delta f = \pm f\left[\left|\frac{\Delta k}{k}\right| + \left|\frac{\Delta a}{a}\right| + \left|\alpha\frac{\Delta b}{b}\right| + \left|\beta\frac{\Delta c}{c}\right|\right] \tag{20}$$

onde:

$A = a \pm \Delta a$

$B = b \pm \Delta b$

$C = c \pm \Delta c$

$K = k \pm \Delta k \Rightarrow$ Constante que não depende da medida

$$F = f \pm \Delta f \Rightarrow f = k.a.b^{\alpha}.c^{\beta} \tag{21}$$

Discussão sobre a constante K

A constante **K** poderá aparecer nas seguintes formas:

- ✓ Número formado por quantidade finita de dígitos (número exato). Neste caso a incerteza absoluta é nula.
- ✓ Número que matematicamente comporte infinitos dígitos (irracional, dízima). Neste caso a incerteza absoluta dependerá da quantidade de dígitos adotada. Se utilizarmos uma calculadora que opere com dez dígitos, teremos π = 3,141592654. O último dígito foi arredondado pela máquina; está afetado por uma "incerteza" de uma unidade (no máximo = 0,000000001).

6 Algarismos Significativos

A medida de uma grandeza física é sempre aproximada, por mais capaz que seja o operador e por mais preciso que seja o aparelho utilizado. Esta limitação reflete-se no número de algarismos que usamos para representar as medidas. Devemos utilizar só os algarismos medidos ou calculados pela média que são confiáveis devido à precisão do instrumento utilizado, admitindo-se apenas o uso de um único algarismo duvidoso. Por exemplo, se afirmarmos que o resultado de uma medida é $3,24\ cm$ estamos dizendo que os algarismos 3 e 2 são precisos e que o algarismo 4 é o duvidoso, não tendo sentido físico escrever qualquer algarismo após o número 4.

Algumas observações devem ser feitas:

1. Não é algarismo significativo o zero à esquerda do primeiro algarismo significativo diferente de zero. Assim, tanto $l = 32,5m$ como $l = 0,325 x 10^2\ m$ representam a mesma medida e têm 3 algarismos significativos. Outros exemplos:

   ✓ 4 = 0,4 x 10 = 0,04 x 10^2 = 0,004 x 10^3 (1 algarismo significativo);

   ✓ 0,00036606 = 0,36606 x 10^{-3} = 3,6606 x 10^{-4} (5 algarismos significativos).

2. Zero à direita de algarismo significativo também é algarismo significativo. Portanto, $l = 32,5\ cm$ e $l = 32,50\ cm$ são diferentes, ou seja, a primeira medida têm 3 algarismos significativos, enquanto a segunda é mais precisa e têm 4 algarismos significativos.

3. **Arredondamento**. Quando for necessário fazer arredondamento de algum número utilizaremos a seguinte regra: quando o último algarismo depois dos significativos for menor que 5 este é abandonado; quando o último algarismo for maior ou igual a 5, somamos 1 unidade ao algarismo significativo anterior. Exemplo:

   ✓ 8,234 cm é arredondado para 8,23 cm;

   ✓ 8,235 cm é arredondado para 8,24 cm;

   ✓ 8,238 cm é arredondado para 8,24 cm.

4. Operações com algarismos significativos:

a. Soma e subtração: Após realizar a soma, o resultado deve apresentar apenas um algarismo duvidoso. Exemplo:

✓ 133,35cm – 46,7cm = 86,65cm = 86,7cm.

b. Produto e divisão: O resultado da operação deve ser fornecido com o mesmo número de algarismos significativos do fator que tiver o menor número de algarismos significativos. Exemplos:

✓ 32,74cm x 25,2cm = 825,048cm^2 = 825cm^2

✓ $\frac{37,32}{7,45} = 5,00940\ \frac{m}{s} = 5,01\frac{m}{s}$

c. Algarismos significativos em medidas com incerteza. Suponhamos que uma pessoa ao fazer uma série de medidas do comprimento de uma barra l, tenha obtido os seguintes resultados:

✓ Comprimento médio: $l = 82,7390$ *cm;*

✓ Incerteza estimada: $\Delta l = 0,538$ *cm;*

como a incerteza da medida está na casa dos décimos de *cm*, não faz sentido fornecer os algarismos correspondentes aos centésimos, milésimos de *cm* e assim por diante. Ou seja, a incerteza estimada de uma medida deve conter apenas um algarismo significativo. Os algarismos a direita deste, serão utilizados apenas para efetuar os cálculos e arredondamentos ou simplesmente desprezados. Neste caso Δl deve ser expresso apenas por:

$$\Delta l = 0,5cm;$$

os algarismos 8 e 2 do valor médio são exatos, porém o algarismo 7 já é duvidoso porque o erro estimado afeta a casa que lhe corresponde. Deste modo, os algarismos 3, 9 e 0 são desprovidos de significado físico e não é correto escrevê-los: estes algarismos são utilizados para efetuar os cálculos e arredondamentos ou simplesmente desprezados. O modo correto de escrever o resultado final desta medida será então:

$$l = (82,7 \pm 0,5)cm.$$

Quando se trabalha com uma grandeza sem explicitar a sua incerteza é preciso ter em mente a noção exposta no texto referente ao conceito de algarismo significativo. Mesmo que não esteja explicitada, você sabe que a incerteza afeta "diretamente" o último dígito de cada número. Para verificar esta afirmação sugerimos que assinale com um traço todos os algarismos cuja ordem seja superior ou igual à ordem de grandeza da incerteza. Considere algarismo significativo, os algarismos assinalados.

Exemplos:

a) $\overline{186},3 \pm 1,7 \rightarrow 186 \;\; ou \;\; 1,86x10^{-2}$

b) $\overline{45,37} \pm 0,13 \rightarrow 45,4 \;\; ou \;\; 4,54\,x10$

c) $\overline{2523}1 \pm 15 \rightarrow 2,523x10^{4}$

As operações que você efetuar com qualquer grandeza darão como resultado um número que tem uma quantidade "bem definida" de algarismos significativos.

6.1 Exercícios

1) Verifique quantos algarismos significativos apresentam os números abaixo:

   a) 0,003055 b) 1,0003436 c) 0,0069000 d) 162,32 x 10^6.

2) Aproxime os números acima para 3 algarismos significativos.

3) Efetue as seguintes operações levando em conta os algarismos significativos:

   a) (2,5$\pm$ 0,6) cm + (7.06$\pm$0,07) cm;

   b) (0,42$\pm$0,04) g/(0,7$\pm$0,3) cm;

   c) (0,7381$\pm$ 0,0004) cm x (1,82$\pm$0,07) cm;

   d) (4,450$\pm$ 0,003) m - (0,456 $\pm$0,006) m.

4) Efetue as seguintes operações levando em conta os algarismos significativos:

a) 2,3462 cm + 1,4 mm + 0,05 m;

b) 0,052 cm/1,112 s;

c) 10,56 m – 36 cm.

5) As medidas da massa, comprimento e largura de uma folha foram obtidas 4 vezes e os resultados estão colocados na tabela abaixo. Usando estes dados e levando em conta os algarismos significativos, determine:

a) os valores médios da massa, comprimento e largura da folha;

b) as incertezas absolutas das medidas da massa, comprimento e largura da folha;

c) os desvios padrão das medidas de massa, comprimento e largura da folha;

d) as incertezas relativas das medidas da massa, comprimento e largura da folha.

Massa (g)	Largura (cm)	Comprimento (cm)
4,51	21,0	30,2
4,46	21,2	29,8
4,56	20,8	29,9
4,61	21,1	30,1

6) Utilizando os resultados do exercício 5 e a teoria de propagação de erros, determine:

a) A área da folha e sua respectiva incerteza;

b) A densidade superficial da folha e sua respectiva incerteza.

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

7 Instrumentos de medida

7.1 Introdução

Descreveremos em detalhes alguns dos instrumentos mais utilizados para medir grandezas físicas de massa, tempo e comprimentos, com enfoque nos aparelhos disponíveis no laboratório. São eles:

Grandeza	**Aparelho**	**Precisão**
Comprimento	Régua	1 mm
Comprimento	Paquímetro	0.1 mm
Massa	Balança Digital	-
Tempo	Cronômetro	0,01s até 0,0001s

A precisão de um instrumento de medida corresponde à quantidade mínima da grandeza física que o instrumento é capaz de diferenciar. Por exemplo, numa régua centimetrada, a precisão é de 1cm.

O resultado de uma medida deve vir sempre na forma:

$$m \pm \Delta m \qquad (4.1)$$

onde m é o valor medido na escala do instrumento e Δm é a incerteza associada á medida. Esta incerteza depende do aparelho utilizado e dos erros aleatórios ocorridos durante a medida. Portanto, podemos escrever Δm como a soma de duas contribuições, e será chamada incerteza total:

$$\Delta m = \Delta m_{aparelho} + \Delta m_{aleatórios} \qquad (4.2)$$

O cálculo das incertezas aleatórias, como já foi mostrado, depende do número de medidas e das operações envolvidas na obtenção da grandeza m. O cálculo de $\Delta m_{aparelho}$ (incerteza do aparelho) depende do instrumento utilizado e há diversos critérios para determiná-la (quando a mesma não for informada pelo fabricante). Nesse sentido, é interessante classificar os aparelhos em analógicos e não analógicos. Esta classificação surge em função da escala do aparelho, e da possibilidade de estimativa de incerteza, conforme veremos a seguir.

7.2 Aparelhos Analógicos

Os instrumentos analógicos são aqueles onde a análise das escalas permite que o algarismo duvidoso da medida seja avaliado. Neste caso, é usual adotar a incerteza da escala como sendo a metade da precisão. Ou seja,

$$\Delta m_{aparelho} = \frac{1}{2}\left(\text{precisão do aparelho}\right) \tag{4.3}$$

Alguns exemplos são: réguas, multímetros, cronômetros, balança de braço e termômetros.

7.2.1 A régua milimetrada

Instrumento capaz de medir comprimentos com a precisão máxima de milímetros. O erro de escala é:

$$\Delta m_{aparelho} = \frac{1}{2}\left(\text{precisão do aparelho}\right) = 0,5\,mm\,. \tag{4.4}$$

Para entender a origem deste critério, considere, por exemplo, que desejamos medir o tamanho de uma folha de papel usando uma régua milimetrada. Com o olho bem treinado ou com o auxílio de uma lupa, e se os traços da marcação dos milímetros inteiros da régua forem suficientemente estreitos, pode-se avaliar até décimos de milímetro. Contudo, este procedimento pode não ser válido. Se uma régua é graduada em milímetros é porque o material com que é feito pode resultar em variações do comprimento total comparáveis com a sua menor divisão. Ou então, o próprio processo de fabricação pode não ser seguro, dando variações comparáveis com a menor divisão. Nestes casos, supor a régua exata e avaliar décimos de milímetro pode se irrealista. Por outro lado, arredondando até o milímetro inteiro mais próximo pode acarretar perda de informação. Assim, avaliar a incerteza em metade da precisão é um meio termo aceitável. É importante notar que esta incerteza corresponde na verdade ao erro máximo que pode ser cometido utilizando uma régua milimetrada, excluindo-se os erros aleatórios. A figura abaixo mostra um exemplo de leitura utilizando uma régua.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

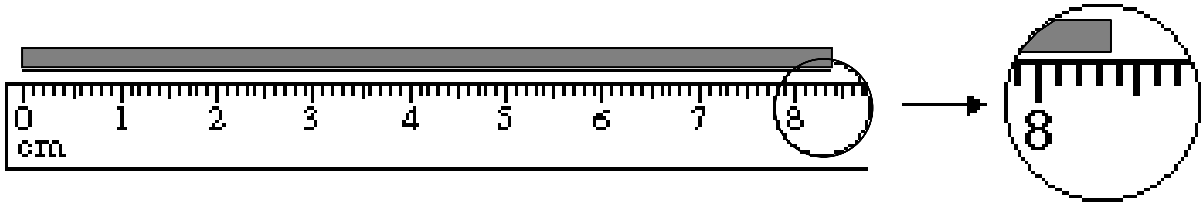


FIGURA 2- EXEMPLO DE UMA MEDIDA FEITA COM RÉGUA MILIMETRADA.

Neste caso podemos avaliar o comprimento da barra em 8,36 cm. Assim, os algarismos exatos são 8 e 3, ao passo que o duvidoso é 6, uma vez que sua obtenção surgiu de uma apreciação do experimentador. Portanto, o resultado final da medida deve ser $l=(8{,}36 \pm 0{,}05)$ cm. Se utilizássemos um paquímetro poderíamos obter para a grandeza em foco um valor de 8,371 cm. Neste caso, quais os algarismos duvidosos e quais os exatos? Já um micrômetro nos permitiria obter um valor que poderia ser 8,3713 cm.

7.2.2 Balança Tri-Escala

A balança tri-escala é assim denominada porque possui três escalas: uma graduada em gramas, outra em dezenas de gramas, outra em centésimos de gramas. Assim o resultado de uma medida com esta balança pode ser apresentado com algarismos até a casa do milésimo da grama, sendo este algarismo duvidoso. A precisão da balança é na casa do centésimo de grama. Antes de fazer uma medida com a balança, deve-se verificar se a mesma está zerada. Para isto, sem nenhum objeto no prato da balança, deve ser verificado se, ao colocar os pesos das escalas nos zeros das mesmas, o ponteiro situado na extremidade do braço da balança está apontando para o zero de uma escala vertical, situado nesta extremidade. A inclinação do braço da balança pode ser ajustada girando um parafuso situado na base da balança. A balança deve ser zerada para evitar erros sistemáticos nas medidas.

Ao pesar um objeto colocando-o no prato da balança, o braço desta ficará levantado, sendo necessário posicionar os pesos das escalas de forma que o ponteiro volte para o zero da escala vertical. Assim feito, os números nas escalas, indicados pelos pesos das escalas, poderão ser lidos.

Como exemplo, a leitura feita na figura abaixo (e indicada pelas flechas) seria de $m = (165,345 \pm 0,005)\ g$, onde $0,005\ g$ corresponde á incerteza da medida.

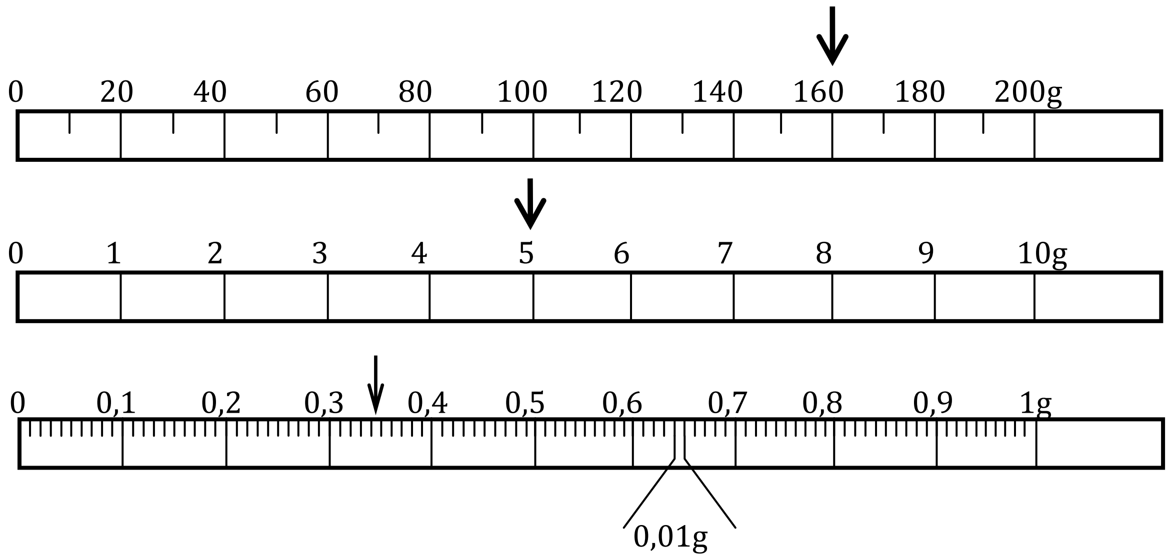


FIGURA 3 - BALANÇA TRI-ESCALA.

7.3 Aparelhos não Analógicos

7.3.1 Aparelhos Digitais

Os aparelhos digitais não permitem que o erro de escala seja avaliado: o algarismo duvidoso é simplesmente lido no display do aparelho, ou conforme especificado pelo fabricante. Usualmente, o erro corresponde ao menor valor que o aparelho pode medir:

$$\Delta m_{aparelho} = \text{precisão do aparelho} \tag{4.5}$$

Alguns exemplos de aparelhos digitais são: o cronômetro digital, termômetro digital e multímetro digital. Como exemplo, descreveremos em detalhes o processo de medida de um cronômetro digital e de um multímetro digital.

7.3.1.1 Cronômetros digitais:

Cronômetros são aparelhos que medem intervalos de tempo e cuja precisão depende do fabricante. Os cronômetros utilizados neste curso apresentam um display digital com intervalos de tempo no formato:

XX	XX'	XX″	XX‴
horas	minutos	segundos	décimos de segundos

Portanto, o último dígito de precisão encontra-se na casa dos centésimos de segundo. Assim, o erro de escala deste aparelho corresponde à menor medida que o mesmo pode fazer, ou seja:

$$\Delta m_{aparelho} = 0,01s \qquad (4.6)$$

Desta forma, um exemplo de leitura com display indicando 0201 significa (2,01 $\pm$ 0,01) s.

Obs: Lembre-se quando o cronômetro for acionado manualmente, deve ser incluído também o tempo de reação humano, que é de aproximadamente 0,1 s para cada acionamento.

7.3.1.2 Multímetro

Multímetros digitais são aparelhos multi-utilidades que medem várias grandezas elétricas, como: resistência, tensão, corrente, capacitância, indutância, tensões de junções de diodos e de transistores, etc. Os multímetros apresentam um display digital e várias escalas para cada função, que podem ser selecionadas por um cursor. Para perfeita utilização, **NUNCA UTILIZE O MULTÍMETRO SEM ORIENTAÇÃO DO PROFESSOR E NUNCA USE A SELEÇÃO AMPERÍMETRO EM PARALELO COM A FONTE, POIS VOCÊ PODE DANIFICÁ-LO!!!**

Para o caso do multímetro, existem duas fontes de erro possíveis:

a) o último algarismo (z) pode flutuar em torno do valor mais estável e neste caso a incerteza devido à flutuação é calculada, estimando-se a flutuação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

média em torno do valor mais provável do último algarismo, da seguinte forma:

$$\Delta x_f = (z_{\max} - z_{\min}) / 2 \tag{4.7}$$

b) o limite de erro instrumental (Δx_i) fornecido pelo fabricante que possui a forma:

$$\Delta x_i = a\% \ \textit{da leitura} + b \ \textit{dígitos no último} \ \text{algarismo}$$

A incerteza absoluta resultante das duas contribuições é:

$$\Delta x = \Delta x_f + \Delta x_i \tag{4.8}$$

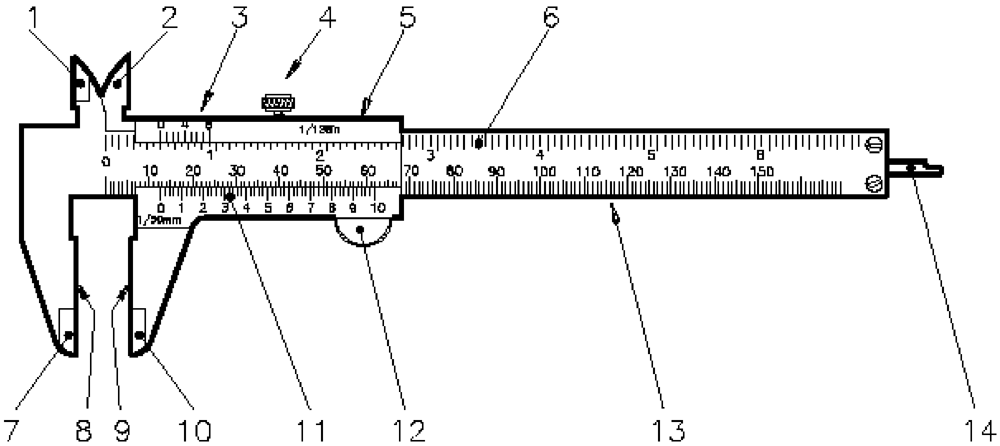
Como exemplo, se uma leitura mais estável no amperímetro foi 33,04 mA e flutuou entre 33,02 e 33,05 mA na escala de 200 mA, que por sua vez, possui uma incerteza de 0,05% da leitura + 2 dígitos, então:

$$\Delta x_f = (0,05 - 0,02)/2 = 0,015$$
$$\Delta x_i = 0,0005 \cdot 33,03 + 0,02 = 0.036515$$
$$\Delta x = 0,015 + 0.036515 = 0,051515 = 0,05$$

O valor da medida é então: $i = 33,04 \pm 0,05$ mA.

7.3.1.3 Aparelhos com Nônio: O Paquímetro.

O paquímetro é um instrumento usado para medir as dimensões lineares internas, externas e de profundidade de um corpo. Consiste em uma régua graduada, com encosto fixo, sobre a qual desliza um cursor.



1. Orelha fixa

2. Orelha móvel

3. Nônio ou vernier (polegada)

8. Encosto fixo

9. Encosto móvel

10. Bico móvel

11. Nônio ou vernier (milímetro) 12. Impulsor

FIGURA 4 - PAQUÍMETRO.

O cursor ajusta-se à régua e permite sua livre movimentação, com um mínimo de folga. Para muitas medidas com escalas graduadas é desejável estimar-se uma fração da menor divisão das mesmas. Existe um dispositivo que aumenta a precisão desta estimativa: o nônio ou vernier (acoplado ao cursor). Esta escala especial foi criada por Pierre Vernier (1580-1637), para obter medidas lineares menores que a menor divisão de uma escala graduada.

O nônio ou vernier nos permite efetuar a leitura de uma fração da menor divisão de uma régua ou escala graduada. Ele é constituído de uma pequena escala com N divisões de valores conhecidos, que se move ao longo da régua principal, porém relacionam-se entre si de uma maneira simples. Por exemplo, considere um paquímetro possuindo um nônio com $N = 10$ divisões que correspondem, em comprimento, a 9 divisões da escala principal. Cada divisão do nônio é mais curta que a divisão da escala principal de $\frac{1}{N}$ da divisão desta escala.

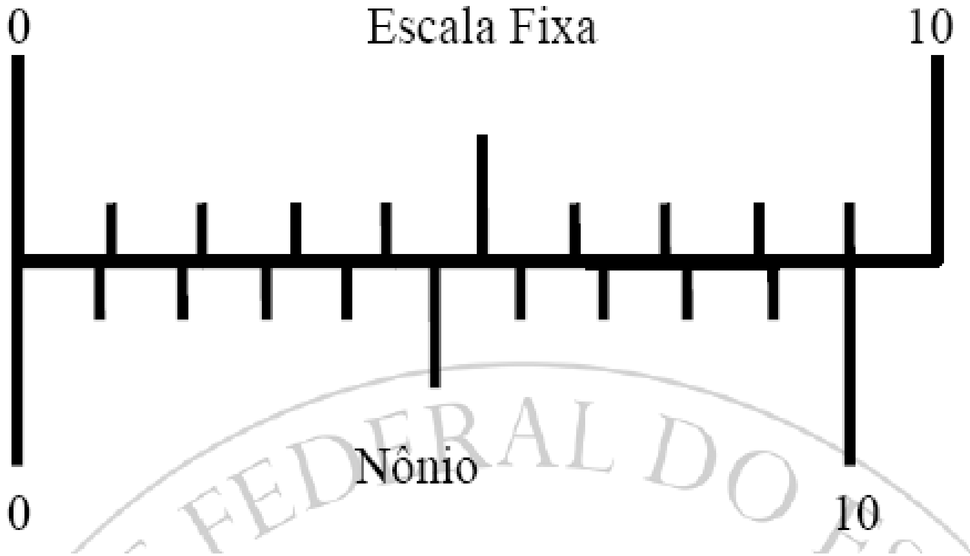


FIGURA 5 - REPRESENTAÇÃO DO NÔNIO.

Neste caso, a primeira divisão do nônio é $\frac{1}{10}$ mais curta que a divisão da escala principal. A segunda divisão do nônio está a $\frac{2}{10}$ de divisão a esquerda da próxima marca da escala principal, e assim por diante, até a décima marca do nônio coincida com a nona marca da escala principal. Se a escala Vernier é movida para a direita até que uma marca sua coincida com uma marca da escala principal, o número de décimos de divisões da escala principal que a escala do nônio se deslocou é o número de divisões do nônio, ***n***, contadas a partir de sua marca zero até a marca do nônio que coincidiu com uma marca qualquer da régua principal. Um exemplo de leitura é mostrado na figura abaixo, na qual o comprimento l corresponde a $(12,4 \pm 0,1)\ mm$, onde neste caso, a incerteza do aparelho corresponde à precisão do mesmo.

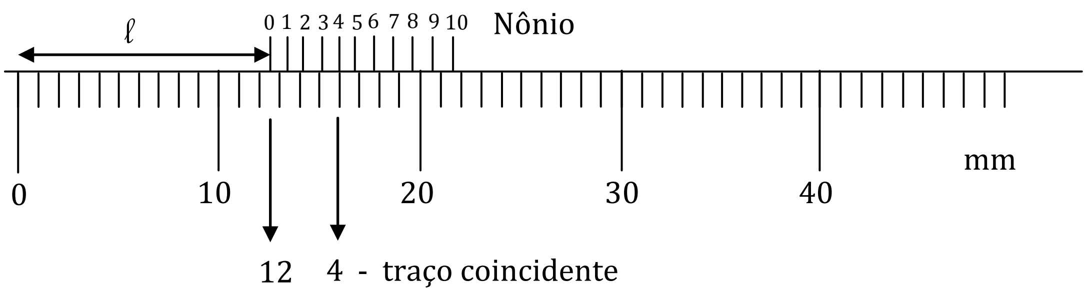


FIGURA 6- EXEMPLOS DE MEDIDAS UTILIZANDO UM PAQUÍMETRO.

Para se obter bons resultados na medição:

1. O contato dos encostos com as superfícies do objeto deve ser suave. Exageros na pressão do impulsor podem danificar o objeto e resultar em medidas falsas;
2. Manter a posição correta do paquímetro relativamente ao objeto. Inclinações do instrumento alteram as medidas.
3. Antes de efetuar as medições, limpar as superfícies dos encostos e as faces de contato do objeto;
4. Medir o objeto a temperatura ambiente. As possíveis dilatações térmicas acarretam erros sistemáticos;

Ao fazer a leitura, orientar a visão na direção dos traços e perpendicular a linha longitudinal do instrumento.

Em nosso laboratório o paquímetro possui um nônio com N = 20 divisões que correspondem, em comprimento, a 39 divisões da escala principal. A precisão do mesmo é de 0,05 m, que corresponde ao valor da incerteza.

7.4 Exercício em Grupo: Medidas de Densidade Superficial

Material: folha, régua, paquímetro e balança.

1. Densidade superficial de uma folha.

   a) Cada aluno do grupo deve medir, utilizando uma régua milimetrada, as dimensões L_1 e L_2 da folha;

   b) Fazer a média das medidas de L_1 e L_2 , com seus respectivos erros totais ΔL_1 e ΔL_2;

   c) Determinar a área média (A) da folha, com sua incerteza ΔA.

   d) Cada aluno do grupo deve medir a massa da folha com a balança;

   e) Fazer a média das medidas da massa (m) da folha e obter a respectiva incerteza total (Δm);

   f) Obter a densidade superficial da folha (ρ), com a respectiva incerteza ($\Delta\rho$).

2. Repetir as medidas do item 1. com o paquímetro.
3. Comparar a densidade superficial média da folha (com sua respectiva incerteza total) obtida utilizando a régua milimetrada e o paquímetro.

Use as tabelas abaixo para expressar as medidas e os cálculos:

- Medidas da densidade superficial (ρ) da folha:

Régua		Paquímetro		Balança
L_1 (cm)	L_2 (cm)	L_1 (cm)	L_2 (cm)	m (g)

- Cálculos

	Régua		Paquímetro		Balança
	L_1 (cm)	L_2 (cm)	L_1 (cm)	L_2 (cm)	m (g)
Valor médio					
Incerteza absoluta					
Desvio Padrão					
Incerteza Total*					

- A incerteza devido aos erros aleatórios deve ser escolhida entre a incerteza absoluta ou desvio padrão.

- Resultados finais

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Régua		Paquímetro	
A (cm^2)	ΔA (cm^2)	A (cm^2)	ΔA (cm^2)
▪ (cm^2)	$\Delta\rho$ (g/cm^2)	▪ (cm^2)	$\Delta\rho$ (g/cm^2)

8 Gráficos

8.1 Introdução

Um gráfico é uma curva que mostra a relação entre duas variáveis medidas. Quando, em um fenômeno físico, duas grandezas estão relacionadas entre si o gráfico dá uma ideia clara de como a variação de uma das quantidades afeta a outra.

Assim, um gráfico bem feito pode ser a melhor forma de apresentar os dados experimentais. Ao realizarmos uma medida sugere-se colocar num gráfico todos os pontos experimentais e traçar curvas que se ajustem o mais aproximadamente possível a esses pontos. A forma dessas curvas pode auxiliar o experimentador a verificar a existência de leis físicas ou leva-lo a sugerir outras leis não previamente conhecidas.

Muitas vezes nos defrontaremos com o problema de encontrar uma função que descreva apropriadamente a dependência entre duas grandezas medidas no laboratório. Algumas das curvas mais comuns são: a reta, parábolas, exponenciais, senóides, etc.

8.2 Construção de Gráficos

Há algumas regras básicas que devem ser seguidas na construção de gráficos:

1. Colocar um título, especificando o fenômeno físico em estudo, que relaciona as grandezas medidas;

2. Escrever nos eixos coordenados as grandezas representadas, com suas respectivas unidades. A escala deve conter a informação do número de algarismos significativos das medidas. No eixo horizontal (abscissa) é lançada a *variável independente*, isto é, a variável cujos valores são escolhidos pelo experimentador, e no eixo vertical é lançada a *variável dependente*, ou seja, aquela obtida em função da primeira;

3. Em geral, a relação de aspecto (altura/largura) deve ser menor do que 1, pois o gráfico será de mais fácil leitura (por esta razão é que a tela de cinema e a da televisão tem relação de aspecto menor do que 1);

4. Se possível cada eixo deve começar em zero;

5. Escolher escalas convenientes tais que facilitem tanto a construção quanto a leitura dos gráficos. A escala deve ser simples e sugere-se adotar valores múltiplos ou submúltiplos de números inteiros;

6. A escala adotada num eixo não precisa ser igual à do outro;

7. Escolher escalas tais que a curva cubra aproximadamente toda a folha disponível do papel do gráfico;

8. Deve-se ter o cuidado de nunca assinalar na escala as coordenadas dos dados experimentais;

9. Marque cada um dos pontos do gráfico, cuidadosamente e claramente, escolhendo para isto um símbolo adequado e de tamanho facilmente visível (por exemplo, um círculo ou um quadradinho) com um pontinho no centro. Nunca marque os pontos apenas com um pontinho do lápis;

10. Marque claramente as barras de erro em cada ponto. Se o erro for muito pequeno para aparecer na escala escolhida anote ao lado: as barras de erro são muito pequenas para aparecer na figura;

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

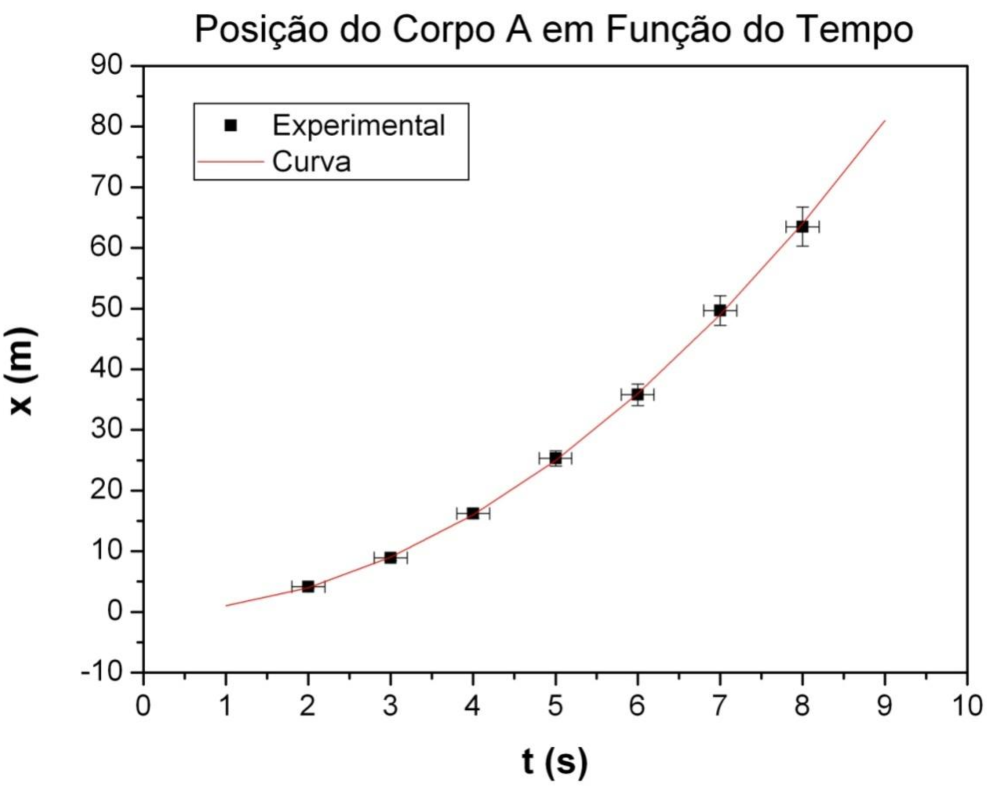


Figura 7 – Gráfico mostrando os dados experimentais e a curva traçada**.**

Quando todos os pontos experimentais já estiverem marcados no gráfico, resta traçar a curva. Esta não precisa passar sobre todos os pontos; de fato, é possível que a curva não passe por nenhum ponto do gráfico. Sendo assim, não é necessário que a curva tenha início no primeiro e termine no último ponto experimental. A figura 7 mostra um exemplo de dados experimentais cuja dependência é caracterizada por uma parábola. Os quadrados (▪) representam os dados experimentais e sua dispersão é devida aos erros cometidos durante a experiência. A linha contínua representa a curva que melhor descreve a dependência quadrática da grandeza x com a grandeza y.

8.3 Gráficos e Equações Lineares

A seguir trataremos apenas de grandezas físicas (x e y) relacionadas por uma dependência linear, ou seja, por uma função y=f(x), onde f(x) obedece a equação de uma reta: y=ax+b, com a e b constantes, onde a é o coeficiente angular e b é o coeficiente linear.

O coeficiente angular corresponde à inclinação da reta, ou seja, $a = \Delta y / \Delta x$, enquanto que o coeficiente linear b é obtido pela interseção da reta com o eixo y, como indica a Figura 8.

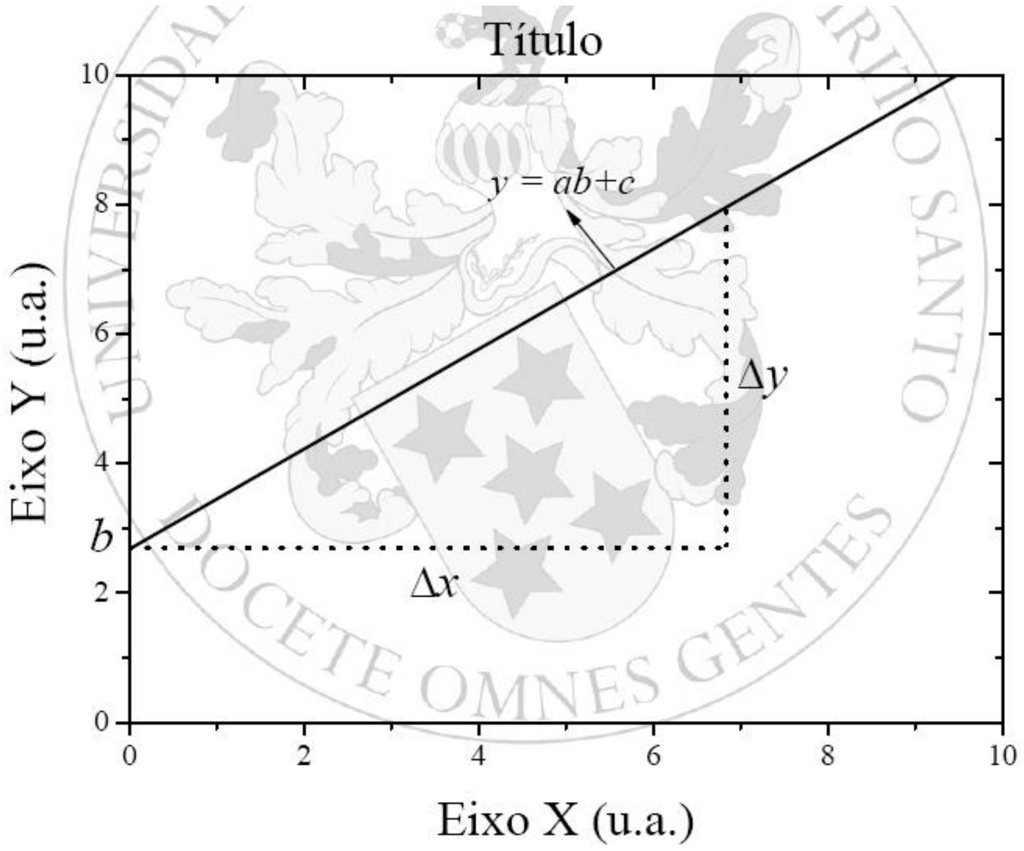


Figura 8 – Determinação dos coeficientes a e b da curva y.

Alguns exemplos típicos são:

1. Movimento retilíneo uniforme (MRU):

Neste caso têm-se duas grandezas físicas (posição x e tempo t) relacionadas pela função linear:

$$x = v_0 t + x_0 \ , \qquad (5.1)$$

onde v_0 é a velocidade do corpo (constante) e x_0 sua posição inicial. Portanto, lançando num gráfico os pontos medidos de t (no eixo x) e x (no eixo y), conforme a Figura 9, teremos o coeficiente angular correspondente a v_0 e o coeficiente linear a x_0.

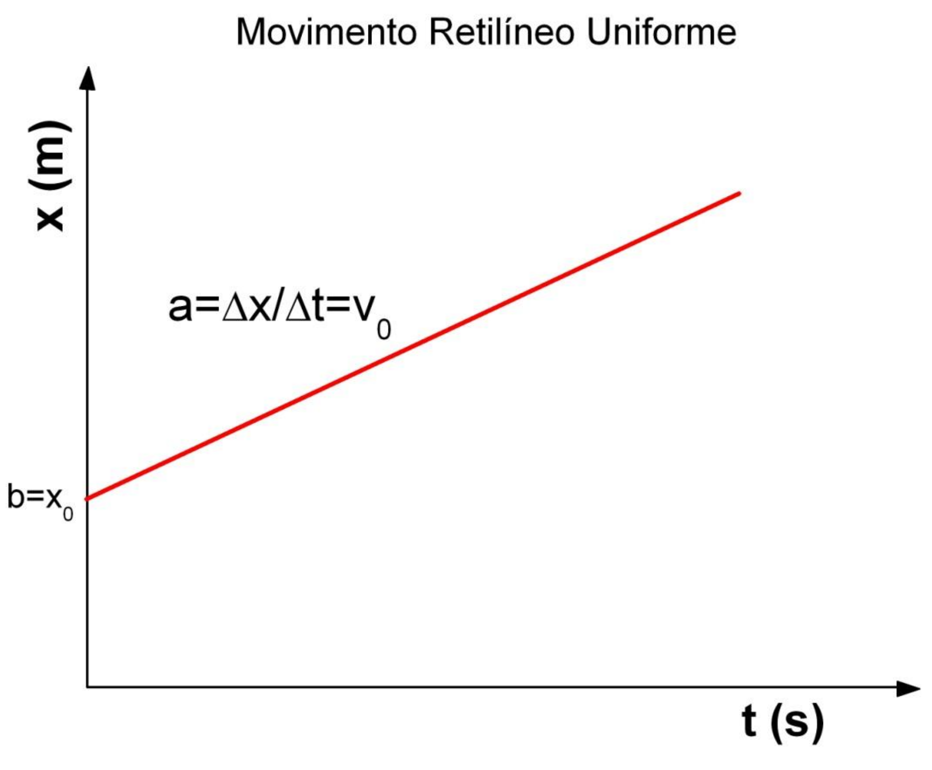


Figura 9 – Exemplo de gráfico do movimento retilíneo uniforme.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

2. Movimento retilíneo uniformemente acelerado (MRUA):

Neste tipo de movimento temos duas grandezas físicas: tempo t e velocidade v de um corpo sujeito a uma aceleração constante a, descrito pela função:

$$v = at + v_0 \tag{5.2}$$

Neste caso, a construção de uma reta com eixo x correspondendo ao tempo t e a velocidade v ao eixo y, implicará que os coeficientes angular e linear fornecerão os valores da aceleração a e da velocidade inicial v_0 do movimento, respectivamente.

A seguir, descreveremos dois métodos que nos permitem determinar estes coeficientes a partir dos dados experimentais.

8.4 Métodos de Determinação dos Coeficientes *a* e *b*

Conforme já foi mencionado, será comum em laboratório nos defrontarmos com medidas de grandezas correlacionadas com as quais não temos uma relação estabelecida. Nestes casos quase sempre a primeira atitude é buscar através de gráficos uma lei simples ligando uma grandeza à outra. Aqui apresentaremos dois métodos para determinar esta relação no caso de uma dependência linear, a partir de dados experimentais.

8.4.1 Método Gráfico

Este método permite estimar os parâmetros de uma reta e é recomendado quando não se dispõe de calculadora ou computador para realização de cálculos. As únicas ferramentas necessárias são: um lápis (ou caneta) e uma régua (de preferência transparente).

Para ilustrar o método, consideremos os dados representados na figura 10.

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

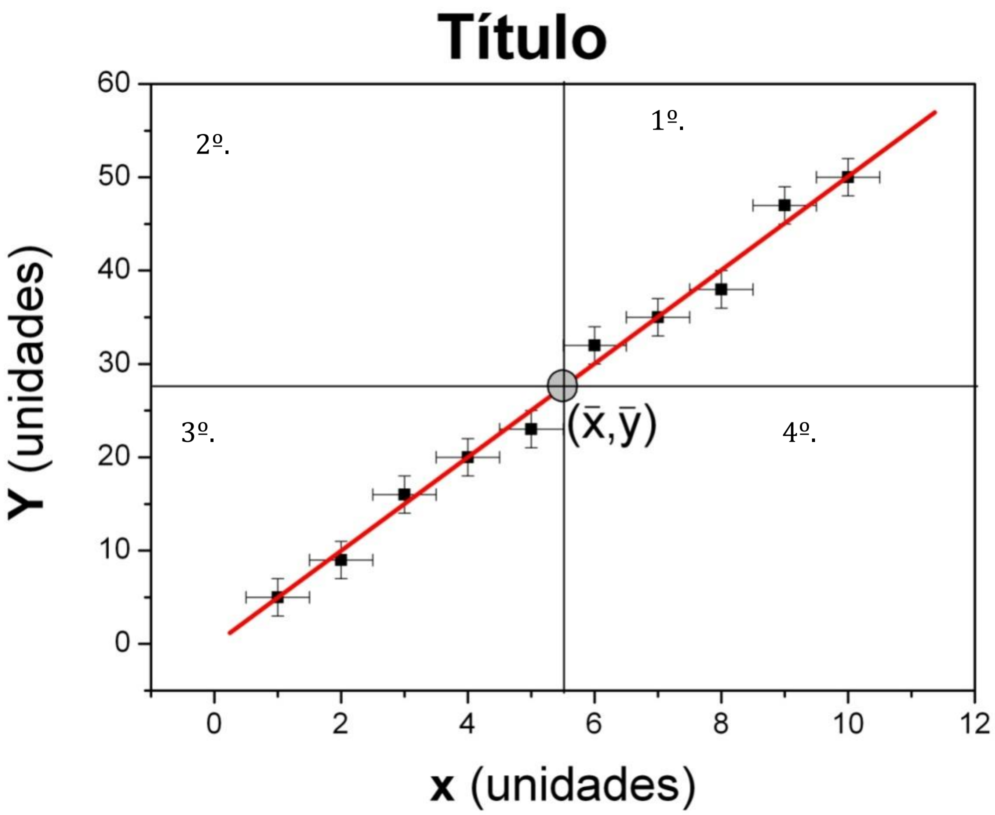


Figura 10 – Pontos experimentais e reta média**.**

Siga os passos abaixo:

1. Estime o centro de gravidade dos pontos $(\bar{x},\bar{y})$, onde $\bar{x}=(x_{\min}+x_{\max})/2$ e $\bar{y}=(y_{\min}+y_{\max})/2$. Os índices *min* e *max* referem-se aos valores mínimos e máximos de x e y medidos. As retas, vertical e horizontal, que passam por este ponto divide o gráfico em quatro quadrantes. No exemplo da figura 10, os dados estão metade no quadrante 1 e metade no quadrante 3.

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

2. Coloque a ponta do lápis no ponto $(\bar{x}, \bar{y})$ e apoie a régua no lápis.

3. Gire a régua em torno do ponto $(\bar{x}, \bar{y})$ até que 50% dos pontos **de cada quadrante** estejam por cima, e 50% abaixo da régua. (Note que mais de uma reta satisfazem esta condição e você deve escolher uma média.) Trace a **reta média**. A reta não necessariamente precisa passar por todos os pontos e nem pelos pontos iniciais e finais. A equação desta reta será:

$$y = mx + b. \tag{5.3}$$

8.4.1.1 Coeficiente Angular (m) e Linear (b) da Reta Média

Para avaliar o coeficiente angular da reta média escolha dois pontos sobre a reta, como sugerido na figura 11 (pontos P e Q).

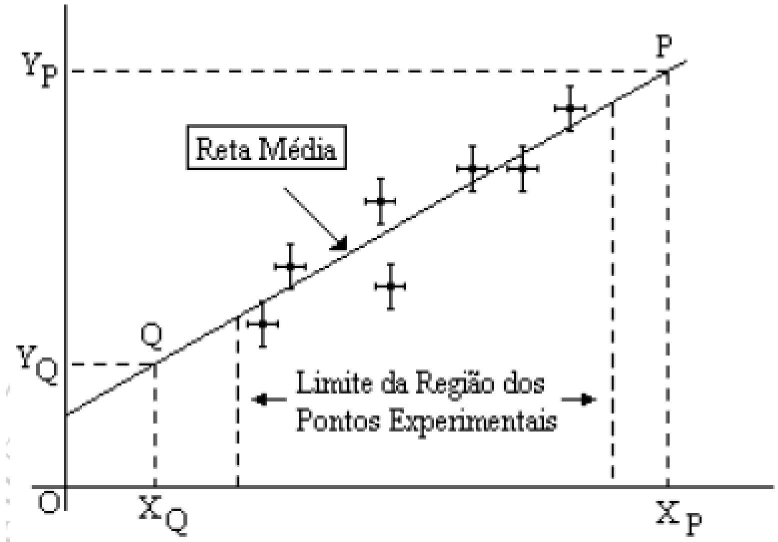


Figura 11 – Determinação do coeficiente angular da reta média.

Os pontos P e Q não são pontos experimentais e devem ser escolhidos em uma posição fora da região delimitada pelos dados experimentais. O coeficiente angular da reta será dado por:

$$m = \frac{Y_P - Y_Q}{X_P - X_Q} \tag{5.4}$$

O coeficiente linear (b), por sua vez, permanece, sendo, simplesmente, o ponto em que a reta toca o eixo y.

8.4.1.2 Incertezas dos coeficientes das retas médias

Para estimar a incerteza no coeficiente angular da reta média, considere as duas diagonais do quadrilátero ABCD como mostra a figura 12. Para obter os segmentos de reta AB e CD proceda da seguinte forma. Assinale em cada janela de incerteza, o vértice mais distante da reta média. Esse procedimento vai gerar um conjunto de pontos acima e abaixo da reta média. O conjunto de pontos que ficou acima permite traçar uma reta média auxiliar e determinar o segmento AB pela interseção desta reta com as verticais que passam por X_i e X_f. O segmento CD é obtido de forma análoga.

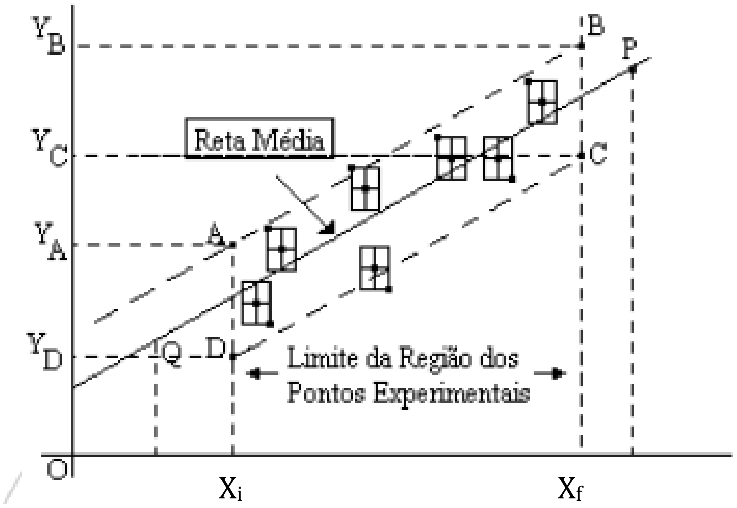


Figura 12 – Procedimento gráfico para obtenção dos coeficientes da reta média.

Então é possível calcular $\pm m \; e \pm b$, a partir das duas diagonais do quadrilátero ABCD:

$$\begin{aligned} \pm\Delta m &= \pm\frac{(m_{\max} - m_{\min})}{2} \; e \\ \pm\Delta b &= \pm\frac{(b_{\max} - b_{\min})}{2} \end{aligned} \tag{5.5}$$

onde $m_{max}=(Y_B - Y_D)/(X_f - X_i)$ e $m_{minx}=(Y_C - Y_A)/(X_f - X_i)$. b_{max} e b_{min} são as extrapolações das duas diagonais até o eixo y.

8.4.2 *Método dos Mínimos Quadrados*

O ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados é importante, pois ao contrário do método gráfico, é independente da avaliação do experimentador.

Este método consiste em minimizar o erro quadrático médio (S) das medidas. Considere então um conjunto de N medidas (x_i, y_i), com i assumindo valores inteiros desde 1 até N. S é definido como:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \Delta S_i = \sum_{i=1}^{N} (y - y_i)^2 \; , \tag{5.6}$$

onde y é o valor da curva ajustada (y=ax+b). O objetivo é somar os ΔS_i das N medidas e traçar uma reta que torne a soma dos ΔS_i mínima. Matematicamente isso corresponde a $\frac{\partial S}{\partial a} = 0$ e $\frac{\partial S}{\partial b} = 0$. É razoável acreditar que para que isso aconteça a reta desejada deve passar entre todos os pontos experimentais. Destas duas expressões extraímos os valores dos parâmetros a e b. O resultado é:

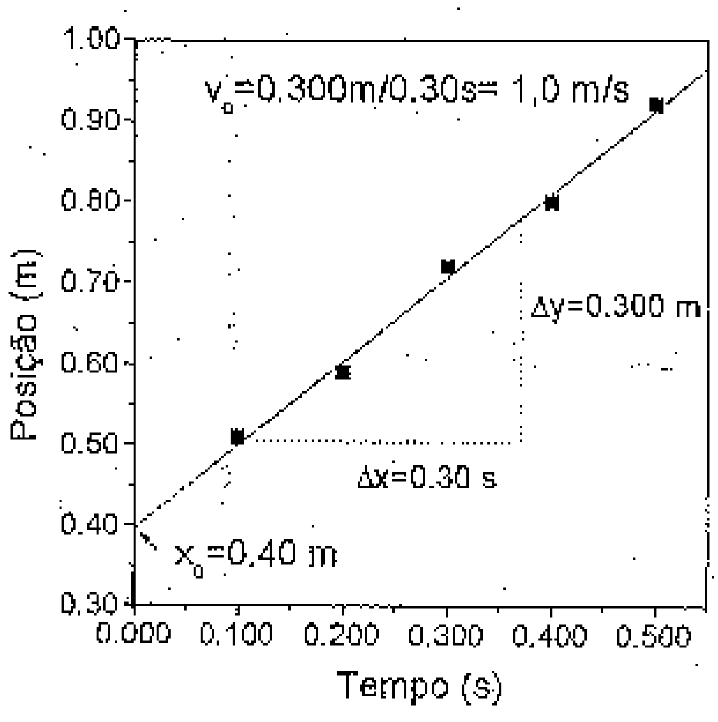
$$a = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2} \quad \text{e} \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i y_i \sum_{i=1}^{N} x_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2} \; ,$$

Onde usou-se a notação de somatório: $\sum_{i=1}^{N} x_i = x_1 + x_2 + ... + x_N$.

8.4.3 *Exemplo de Determinação dos Coeficientes Angular e Linear*

Considere uma medida de movimento retilíneo uniforme efetuado por um carrinho no laboratório. Foram medidos tanto sua posição x (em metros) quanto o tempo t (em segundos) e os resultados estão conforme a tabela abaixo. Construa o gráfico que representa o movimento e determine a velocidade e a posição inicial do carrinho usando o método dos mínimos quadrados e o método gráfico.

X tempo (s)	Y posição (m)
0.100	0.51
0.200	0.59
0.300	0.72
0.400	0.80
0.500	0.92



Para usarmos o método dos mínimos quadrados, sugere-se a construção de uma tabela, conforme indicado abaixo, lembrando qu aqui o eixo x corresponde ao tempo t e o eixo y, à posição x:

x(s)	y(m)	xy	x^2
0,100	0,51	0,051	0,0100
0,200	0,59	0,12	0,0400
0,300	0,72	0,22	0,0900
0,400	0,80	0,32	0,160
0,500	0,92	0,46	0,250
Σx = 1,500	Σy = 3,54	Σxy=1,17	Σx^2 = 0,550

Com esses resultados, basta substituir os valores nas fórmulas para a e b e lembrar que neste caso temos N = 5 medidas:

$$a = \frac{5x1,17 - 1,500x3,54}{5x0,550 - (1,500)^2} = \frac{0,54}{0,50} = 1,08\,m/s = 1,1\,m/s$$

$$b = \frac{(0,550x3,54 - 1,17x1,500)}{5x0,550 - (1,500)^2} = \frac{0,20}{0,50} = 0,40\,m$$

Portanto, temos v_0 =1,1m/s e x_0 =0,40m.

Para construir a curva, basta atribuir pelo menos dois valores para t e encontrar os correspondentes x. Verifica-se que $\bar{x}$ =0,30s e $\bar{y}$ =0,71m. Com este centro de gravidade determina-se conforme a figura anterior os valores v_0 =1,0m/s e x_0 =0,40m. Observe a concordância dos dois métodos.

8.5 Exercícios

1) Considere a tabela abaixo. Ela apresenta as posições sucessivas de um certo objeto, em movimento retilíneo e uniforme.

Tempo(s) $\pm 0{,}0001$	0,1400	0,2000	0,3200	0,4400	0,5200	0,6400
Posição (mm) $\pm$ 1	879	895	919	949	964	970

Marque os pontos em papel milimetrada, trace a reta média e obtenha a velocidade do objeto. A seguir desenhe as barras de incerteza e obtenha $v \pm \Delta v$ pelo método gráfico.

Obs: As barras de erro ou incerteza indicam a faixa de valores prováveis para a grandeza medida.

2) Estudando o movimento de um carrinho, efetuado ao longo de um trilho de ar (movimento retilíneo uniforme) obteve-se os seguintes dados experimentais, após:

Posição (mm)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4 (s)	t_5 (s)
879	0,1400	0,1500	0,1400	0,1200	0,1200
895	0,2000	0,2200	0,2400	0,2500	0,2000
919	0,3200	0,3300	0,2900	0,3400	0,3300
949	0,4400	0,4500	0,4600	0,4600	0,4500
964	0,5200	0,5200	0,5100	0,5300	0,5900
970	0,6400	0,7200	0,7000	0,6900	0,6000

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Acima uma posição para o sensor de medida no trilho foi escolhida e então mediu-se o tempo gasto pelo carrinho para atingi-lo. Esta medida foi feita 5 vezes, correspondendo aos valores t_1, t_2, t_3, t_4 e t_5. Em seguida repetiu-se o procedimento para outras 5 posições do sensor ao longo do trilho.

Determine utilizando o método dos mínimos quadrados a velocidade do carrinho e sua posição inicial com os erros associados.

9 Roteiros – Primeira Sequência

9.1 Experimento 1: Estudo de Cinemática Utilizando Colchão de Ar

9.1.1 Objetivos

- ✓ Reconhecer o movimento retilíneo uniforme (MRU) e o uniformemente variado (MRUV);
- ✓ Obter a velocidade média de um corpo em movimento retilíneo de translação a partir do gráfico de distância percorrida (Δx) versus tempo gasto (Δt);
- ✓ Obter a aceleração média de um corpo em movimento retilíneo de translação a partir do gráfico da variação da velocidade (Δv) com o tempo gasto (Δt);
- ✓ Entender a diferença experimental entre medidas instantâneas e médias;
- ✓ Fornecer a equação relacionando distância com tempo para um móvel em MRU e um em MRUV.

9.1.2 Materiais Necessários

- ✓ 01 colchão de ar com articulador dianteiro e espera traseira para pequenas inclinações com elevação através de fuso milimétrico;
- ✓ 01 carro com imã e haste ativadora na cabeceira direita e mola com suporte M3 na cabeceira esquerda.
- ✓ 4 massas acopláveis de 0,5 N
- ✓ 01 computador para ser utilizado como cronômetro digital.
- ✓ 02 sensores fotoelétricos.

9.1.3 Procedimento Experimental

Parte 1 – Movimento com Velocidade Constante.

1. Para os procedimentos experimentais de 2 a 15, observe a Figura 1.
2. Cuidado: Não arraste o carro sobre o trilho com o colchão de ar desligado.
3. Com o colchão de ar sem inclinação, colocar o imã na extremidade direita do carro e 04 pesos de 50 N sobre este, formando um X.

4. Coloque a extremidade esquerda do carro sobre a posição 250 mm da escala (800 mm na escala do outro lado). O primeiro sensor deve ser posicionado de forma a que a sombra da haste lateral do carro esteja sobre o buraco do mesmo, quando o carro se encontrar na posição descrita.

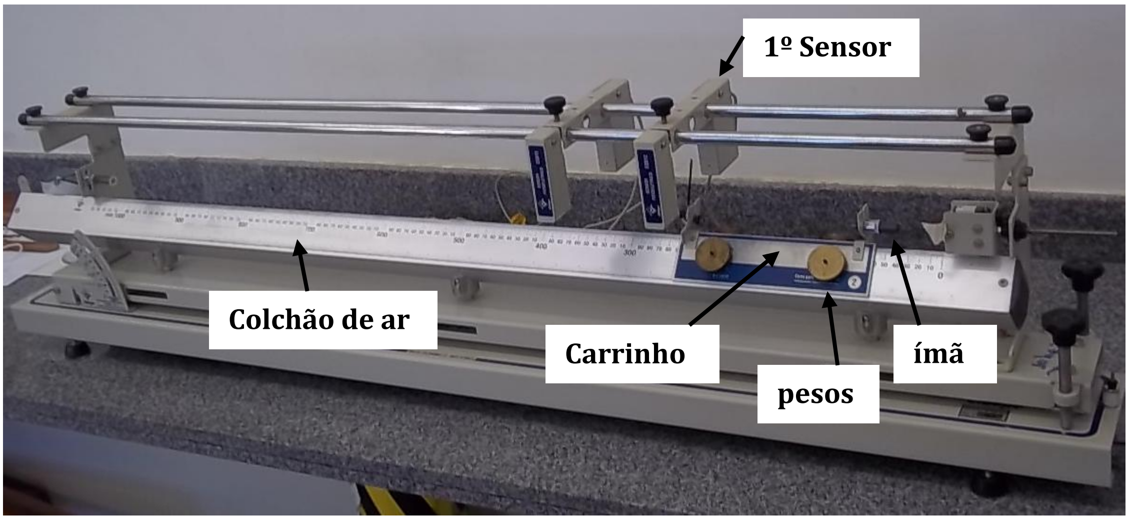


Figura 1 – Montagem experimental do colchão de ar

5. Coloque a extremidade esquerda do carro sobre a posição 300 mm da escala. Utilize a sombra da haste lateral do mesmo para posicionar o segundo sensor. Determine a incerteza na medida da posição por este método.

6. Anote a distância como sendo 50 mm +/- a incerteza determinada no procedimento 4.

7. Ligue o colchão de ar e verifique se o fluxo de ar é suficiente para eliminar o atrito entre o carrinho e o trilho, se não, regule com cuidado a bomba de ar.

8. Use o medidor de nível para verificar se o trilho está nivelado, se não, realize os ajustes necessários.

9. Posicione o carro de forma a que o imã em sua extremidade direita fique encostado exatamente no centro da bobina posicionada na extremidade direita do trilho. Quando solto nesta posição o carro não deve se mover.

10. Um dos integrantes do grupo deve posicionar-se junto ao computador e colocar o cronômetro do experimento para funcionar.

11. Dispare o carro da posição anterior usando o botão de acionamento da bobina. Verifique se o carro não está "pulando" ao ser lançado pela bobina, se o movimento não for horizontal desde o inicio chame o professor.

12. Anote o tempo que o carro levou para percorrer a distância entre os sensores.

13. Após o carro chegar ao outro lado do colchão, pare o movimento e retire o carro.

14. Repita os procedimentos 3 até 11, cinco vezes, anote os tempos obtidos, a diferença entre eles será utilizada para a determinação do erro nas medidas de tempo.

15. Mova o segundo sensor 50 mm na escala (para 350 mm). Repita os procedimentos 8 a 13 para esta nova distância, depois aumente a distância mais 50 mm ... repita até que a posição final do segundo cursor seja de 600 mm.

16. Anote os valores obtidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Distâncias percorridas, tempos médios e desvios no movimento uniforme.

Distância (mm)	Tempo 1	Tempo 2	Tempo 3	Tempo 4	Tempo 5	Média	Desvio
50							
100							
150							
200							
250							
300							
350							
400							
450							
500							
550							
600							

17. No relatório, faça um gráfico de distância percorrida X tempo para este sistema.

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Parte 2 – Movimento Uniformemente Acelerado.

1. Substitua o imã no carro por um pedaço de metal, de forma a que a bobina passe a atrair ao invés de repelir o carro.
2. Incline a rampa 10 +/- 0,5 graus.
3. Com o colchão de ar inclinado, colocar o imã na extremidade direita do carro e 04 pesos de 50 N sobre este, formando um X.
4. Coloque a extremidade esquerda do carro sobre a posição 250 mm da escala (800 mm na escala do outro lado). O primeiro sensor deve ser posicionado de forma a que a sombra da haste lateral do carro esteja sobre o buraco do mesmo, quando o carro se encontrar na posição descrita.

   Não arraste o carro sobre o trilho com o colchão de ar desligado.

5. Coloque a extremidade esquerda do carro sobre a posição 300 mm da escala. Utilize a sombra da haste lateral do mesmo para posicionar o segundo sensor.
6. Anote a distância entre sensores.
7. Posicione o carro de forma a que o pedaço de metal em sua extremidade direita fique encostado exatamente no centro da bobina posicionada na extremidade direita do trilho. Um integrante do grupo deve manter o dedo no botão que liga a bobina de forma a que esta permaneça atraindo o metal até o momento de soltar o carrinho.
8. Um dos integrantes do grupo deve posicionar-se junto ao computador e colocar o cronômetro do experimento para funcionar.
9. Solte o carro da posição anterior usando o botão de acionamento da bobina.
10. Anote o tempo que o carro levou para percorrer a distância entre os sensores.
11. Após o carro chegar ao outro lado do colchão, pare o movimento e retire o carro.
12. Repita os procedimentos 5 até 11, cinco vezes, anote os tempos obtidos, a diferença entre eles será utilizada para a determinação do erro nas medidas de tempo.
13. Mova o cursor e anote os tempos de forma a preencher a tabela abaixo:

Tabela 2 – Distâncias percorridas, tempos médios e desvio no movimento uniformemente acelerado.

Distância (mm)	Tempo 1	Tempo 2	Tempo 3	Tempo 4	Tempo 5	Média	Desvio
50							
75							
100							
150							
175							
200							
250							
275							
300							
350							
375							
400							
450							
475							
500							
550							
600							

Obs: Note que a tabela possui alguns pontos a 25 +/- 1 mm um do outro, enquanto outros estão espaçados por 50 +/- 1 mm. Isto é feito de propósito para criar um desafio na hora de traçar o gráfico.

14. Calcule as velocidades instantâneas com respectivas incertezas, utilizando as equações abaixo e preencha a tabela abaixo.

$$v = v_0 + a\Delta t$$
$$x = x_0 + v_0\Delta t + \frac{a\Delta t^2}{2} \qquad (1)$$

Obs: Considere $v_0 = 0$ em $x = 0$ (na posição 250 mm do colchão de ar). Se fizermos esta consideração para v_0, o cálculo da aceleração do carro será afetada por algum erro ? Justifique sua resposta no relatório.

Tabela 3 – Obtenção da velocidade no movimento Uniformemente Acelerado.

Distância Percorrida (considerando o referencial no primeiro sensor) (mm)	Intervalo de Tempo (com incerteza)	Velocidade instantânea no fim do percurso (com incerteza)
50		
75		
100		
150		
175		
200		
250		
275		
300		
350		
375		
400		
450		
475		
500		
550		
600		

15. Faça um gráfico de velocidade em função do tempo utilizando os dados da tabela acima, obtenha a aceleração a partir deste gráfico. A partir desta aceleração, obtenha (**g**) a aceleração da gravidade.

9.1.4 O que Incluir no Relatório do Experimento

- As equações algébricas para a posição do carrinho em função do tempo, considerando a aceleração constante, para o movimento com a rampa na horizontal e para o movimento com a rampa inclinada.
- Responda: É possível determinar se a aceleração foi mesmo constante nos dois casos? Demonstre que sim ou que não.
- Obs: Aceleração constante igual a zero ainda é aceleração constante.
- Gráfico de posição X tempo para o movimento uniforme.
- Para o movimento uniforme, faça o cálculo da velocidade a partir do gráfico e uma comparação com a velocidade obtida diretamente a partir dos valores da tabela (calculando linha por linha e obtendo a média). Qual dos dois valores é mais preciso? Por que?
- Gráfico de velocidade X tempo para o movimento uniformemente acelerado.
- Da aceleração calculada a partir do gráfico, obtenha a aceleração da gravidade e compare com o valor tabelado na literatura (cite o livro e destaque o valor apresentado).
- Equações dos movimentos, obtidas a partir dos gráficos.

9.2 Experimento 2: Equilíbrio entre Corpos num Plano Inclinado com Atrito

9.2.1 Objetivos

- ✓ Reconhecer os efeitos da força motora P_x e de sua equilibrante (tensão, compressão, atrito, etc).
- ✓ Reconhecer os efeitos da componente do peso P perpendicular a rampa P_y e sua equilibrante (força normal N).
- ✓ Determinar a dependência de P_x e P_y com o ângulo de inclinação da rampa.
- ✓ Determinar a dependência de P_x e P_y com a massa envolvida e a aceleração gravitacional no local.
- ✓ Determinar a vantagem mecânica V_m da máquina simples denominada plano inclinado.
- ✓ Saber interpretar o comportamento do atrito no sistema.
- ✓ Determinar o coeficiente de atrito estático de diversas superfícies.

9.2.2 Materiais Necessários

- ✓ 01 plano inclinado com ajuste angular regulável, escala de 0 a 45 graus, com divisão de um grau, indicador da inclinação; sistema de elevação contínuo por fuso milimétrico; sapatas niveladoras amortecedoras; rampa principal metálica com trilhos secundários paralelos tipo bordas finas, ranhura central, esperas laterais, escala na lateral do trilho secundário.
- ✓ 02 massas acopláveis de 50 g;
- ✓ 01 carrinho com conexão flexível para dinamômetro, conjunto móvel indicador da orientação da força peso com haste normal e espera de carga adicional;
- ✓ 01 dinamômetro de 2 N.
- ✓ 01 corpo de prova de madeira com uma das faces revestida em material com alto coeficiente de atrito.

9.2.3 Procedimento Experimental

1. Verifique o zero do dinamômetro, avalie a incerteza deste instrumento.
2. Pese o sistema carrinho + pesos (veja Figura 1) com o uso do dinamômetro (Neste caso, na posição vertical). Anote o valor obtido, bem como a incerteza.
3. Obs: Cuidado ao utilizar o dinamômetro para não ultrapassar a carga máxima que ele suporta.
4. Girando o manípulo do fuso de elevação contínua eleve o plano inclinado até um ângulo de 30 graus (Figura 1).

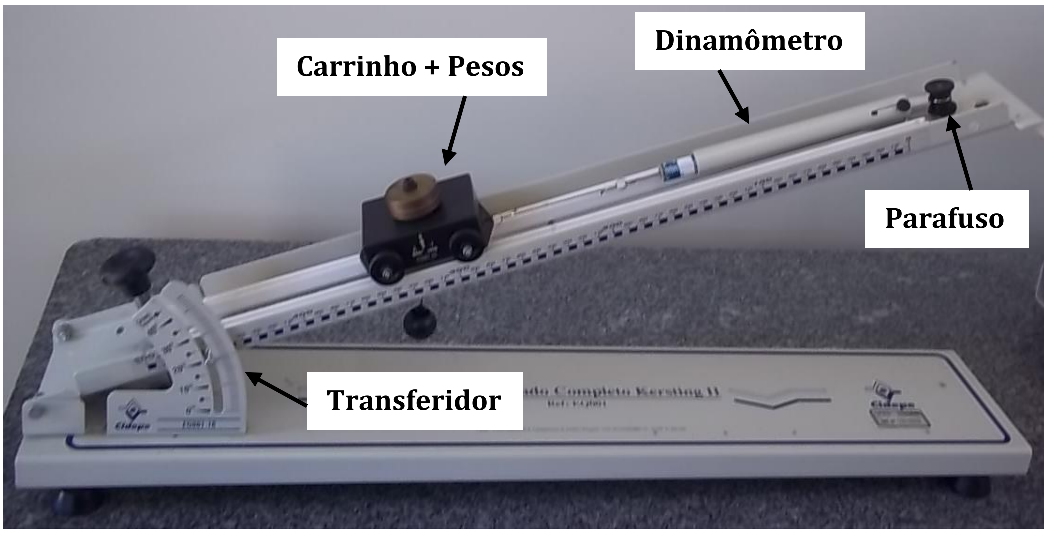


Figura 1- Montagem experimental para o carrinho + pesos no plano inclinado.

5. Prenda o dinamômetro no parafuso situado na parte superior da rampa do plano inclinado. Observe para que o dinamômetro fique paralelo ao plano inclinado.
6. Prenda o carrinho ao dinamômetro.
7. Realize quatro valores de força medida pelo dinamômetro. Obtenha a média e adote o desvio padrão como incerteza.
8. Faça o diagrama de forças que atuam neste momento sobre o móvel, identificando cada uma delas.
9. Diminua a inclinação do plano inclinado para 20 graus e meça a força no dinamômetro.
10. Obtenha e anote a relação entre a força mínima necessária para fazer o carro subir a rampa e o peso do carro, para os ângulos de 30 e 20 graus.

11. Retire o carro e o dinamômetro da rampa.
12. Use o dinamômetro para medir o peso do corpo de prova (Figura 2).
13. Coloque o plano em posição horizontal.

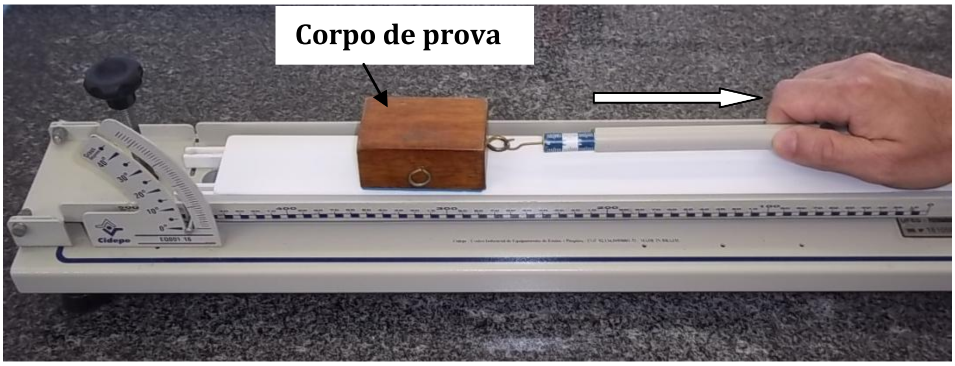


Figura 2 – Montagem experimental para o plano em posição horizontal.

14. Reajuste o zero do dinamômetro para que este trabalhe na posição horizontal.
15. Utilizando o dinamômetro, meça a força de atrito estático entre as superfícies do corpo de prova e a rampa do plano, agora na posição horizontal. Repita o procedimento de medida cinco vezes, obtenha a média e o desvio padrão.
16. Coloque a superfície esponjosa do corpo de prova para baixo e aumente o ângulo de inclinação da rampa, batendo levemente nela em cada grau, até que o corpo de prova comece a se mover lentamente.
17. Retire o corpo, reduza um pouco o ângulo, recoloque o corpo sobre a rampa e verifique se o corpo ainda se move. Caso não se mova aumente o ângulo até ele começar a se mover. Anote este ângulo.
18. Repita a determinação do ângulo em que o corpo está na iminência de movimento cinco vezes.
19. Repita os procedimentos 11- 18 com a superfície de madeira do corpo em contato com a rampa.
20. Preencha os formulários abaixo:

Peso dos cilindros de 50g com incerteza	
Peso do carrinho com incerteza	
(Peso do carrinho + pesos) com incerteza	

Força medida pelo dinamômetro com o carrinho no plano inclinado.

Ângulo	Força Medida				Valor médio	Desvio
30 graus						
20 graus						

Peso do corpo de Prova = ________________________

Força de Atrito Estático no Plano horizontal

Superfície	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5	Média	Desvio
Lisa							
Esponjosa							

Ângulo de Iminência do Movimento (obtido variando o ângulo até que o objeto esteja na iminência de movimento)

Medições	Superfície Lisa (ângulo em graus)	Superfície Esponjosa (ângulo em graus)
Medida 1		
Medida 2		
Medida 3		
Medida 4		
Medida 5		
Média		
Desvio		

9.2.4 O que Incluir no Relatório do Experimento.

- Os diagramas de força **(com valores)** de todos os sistemas estudados.
- Verifique se a força medida no dinamômetro para o carrinho no plano inclinado confere com o previsto na teoria.
- A vantagem mecânica do plano inclinado (Peso/Força mínima para suspender a carga), para dois ângulos diferentes.

- Uma discussão sobre as vantagens e desvantagens do uso de planos inclinados com menor ângulo de inclinação.
- O cálculo dos coeficientes de atrito estático das superfícies do corpo de prova em relação à rampa, utilizando o dinamômetro.
- O coeficiente de atrito estático é numericamente igual a tangente do ângulo de inclinação da rampa quando o corpo se encontra na iminência de movimento? Por que?

9.3 Experiência 3: Lançamento Horizontal, Conservação da Energia e da Quantidade de Movimento

9.3.1 Objetivos

- ✓ Identificar corretamente a grandeza alcance em um lançamento horizontal de projétil a partir de uma rampa;
- ✓ Executar corretamente as medidas do alcance com o seu respectivo desvio;
- ✓ Relacionar a altura da posição de largada do móvel com o alcance;
- ✓ Determinar a velocidade total, no ponto de lançamento e no ponto de impacto com o solo;
- ✓ Utilizar o princípio de conservação de energia para determinar a velocidade de lançamento da esfera (ao abandonar a rampa);
- ✓ Determinar a velocidade angular da esfera, a partir da sua velocidade de lançamento relacionando com a sua velocidade linear do centro de massa;
- ✓ Relacionar a altura h com o módulo do vetor quantidade de movimento horizontal e verificar sua conservação;
- ✓ Verificar, através de vetores quantidade de movimento horizontal, a lei da conservação das quantidades de movimento em colisões frontais e laterais.

9.3.2 Materiais Necessários

- ✓ Uma rampa principal, sustentação regulável para apoio da esfera alvo e suporte com esfera para os acessórios;
- ✓ Um conjunto de sustentação com escala linear milimetrada, haste e sapatas niveladoras e amortecedoras;
- ✓ Um fio de prumo com engate rápido;
- ✓ Uma esfera metálica maior para lançamento;
- ✓ Uma esfera metálica menor para lançamento;
- ✓ Uma folha de papel carbono;
- ✓ Uma folha de papel de seda;
- ✓ Fita adesiva;
- ✓ Um lápis;
- ✓ Uma régua milimetrada;
- ✓ Um compasso;
- ✓ Um paquímetro;
- ✓ Uma folha de papel milimetrado.

9.3.3 Procedimento Experimental

9.3.3.1 Parte 1 - Determinação do Alcance de um Projétil

1. Nivele a base da rampa.
2. Estique primeiramente a folha de papel carbono virada para cima sobre a mesa prendendo-a com fita adesiva, depois estique a folha de papel de seda e a prenda por cima do papel carbono;
3. Utilizando o prumo, marque no papel a posição x_0 que fica verticalmente abaixo da saída da rampa.
4. Meça com uma régua milimetrada a altura (h) do tripé (com incerteza), do tampo da mesa até a saída da rampa (Figura 1).

Altura (h) =

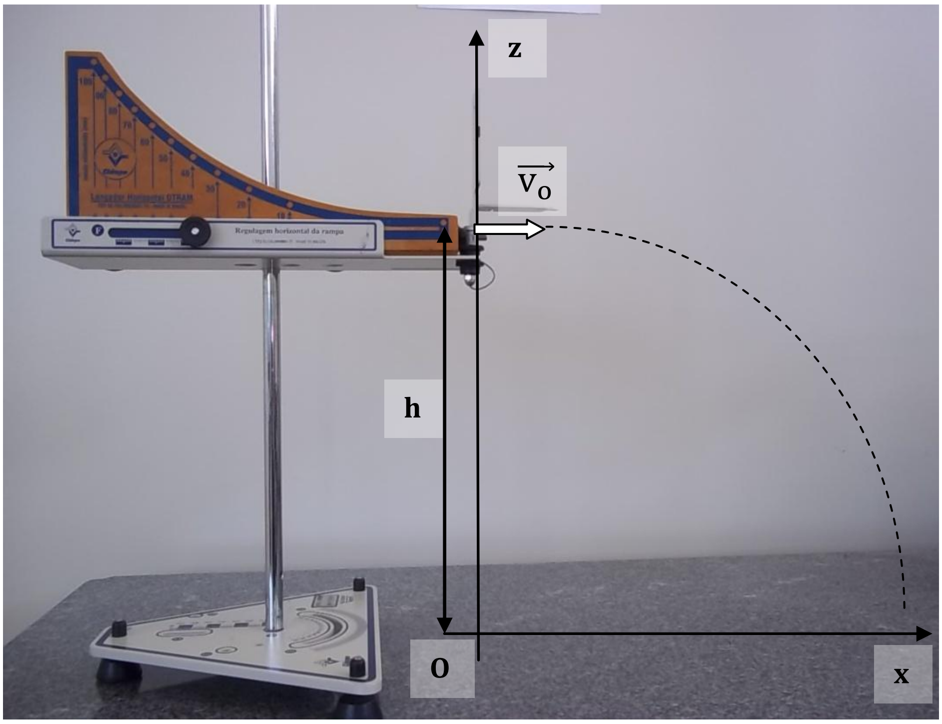


Figura 1 – Montagem experimental para o lançamento horizontal

5. Solte a esfera metálica maior do ponto de desnível 50 mm existente na escala da rampa. Avalie a incerteza desta medida. Ela percorrerá a canaleta e fará um voo

até colidir com o papel carbono. (O aluno deve estar atento para que a esfera “pique” somente uma vez sobre o papel).

6. Repita o processo acima em 10 lançamentos. Com um compasso desenhe um círculo reunindo em seu interior as marcas produzidas pelos lançamentos. A medida do raio deste círculo (R_c) fornece a “imprecisão máxima da medida do alcance” ou “desvio da medida do alcance” representando a medida da incerteza deste experimento. O valor médio do alcance é dado pela distância entre a marca x_0 (feita abaixo do prumo) e a marca x_c correspondente ao centro do círculo traçado.

7. Caso algum lançamento caia muito distante dos demais, despreze-o e refaça o lançamento.

8. Agora repita os procedimentos 2 – 4 com os desníveis (h) de 20, 80 e 100 mm avaliando as respectivas incertezas.

9. Tome o ponto médio das marcas feitas pela bola nos lançamentos com cada desnível **h** como sendo $\mathbf{x_c}$.

10. Complete a tabela abaixo.

Tabela 1 – Lançamento feitos.

Marca na Escala da Rampa	Alcance Horizontal Médio ($\mathbf{X_c}$)	Incerteza em $\mathbf{X_c}$
50 mm		
20 mm		
80 mm		
100 mm		

9.3.3.2 Parte 2 - Determinação da quantidade de movimento numa colisão frontal (com base na conservação da quantidade de movimento horizontal de duas esferas diferentes).

1. Meça o peso da esfera maior (m_G) utilizando o dinamômetro. Meça o valor do peso da esfera menor (m_P). Com a ajuda de um paquímetro meça o valor do diâmetro da esfera maior e da esfera menor e calcule o raio das respectivas esferas (r_G e r_P).

Tabela 2 – valores medidos de peso e raio para as eferas maior e menor.

$m_G \pm \Delta m_G$	$m_P \pm \Delta m_P$	$r_G \pm \Delta r_G$	$r_P \pm \Delta r_P$

2. Coloque a esfera menor sobre o suporte da esfera alvo e regule o sistema para a esfera metálica maior se choque frontalmente com ela ao abandonar a rampa de acordo com a Figura 2.

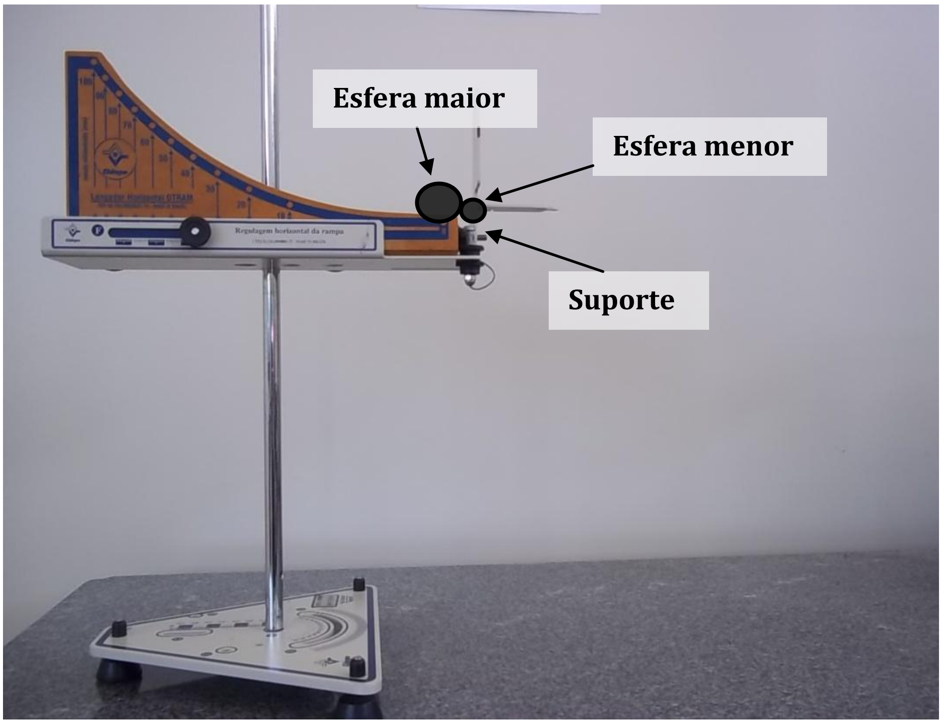


Figura 2 – Montagem experimental para o lançamento horizontal.

Obs 1: A distância entre a saída da rampa e o parafuso de apoio da esfera alvo (Δx) deve ser escolhida de forma a minimizar o atrito com a rampa de apoio e reduzir a transferência de momento ao suporte da esfera alvo.
Obs 2: Ao ocorrer o choque, a esfera incidente deve tocar a esfera alvo na sua secção reta equatorial.

3. Solte a esfera metálica maior do ponto de desnível 100 mm existente na escala da rampa. Ela percorrerá a canaleta e fará um voo até colidir, primeiro com a esfera menor e depois com o papel carbono. (O aluno deve estar atento para que a esfera "pique" somente uma vez sobre o papel).

4. Descreva o movimento descrito no item e assinale com 1p e 1g os pontos de impacto das esferas menor e maior, respectivamente.

5. Refaça mais três choques, assinalando os pontos 2p, 3p, 4p e 2g, 3g e 4g e trace os círculos de imprecisão marcando seus centros como $\mathbf{c_P}$ e $\mathbf{c_G}$.

6. Localize e identifique como $\mathbf{x_G}$ e $\mathbf{x_P}$ os vetores deslocamentos horizontais de cada esfera. Determine no relatório as velocidades $\mathbf{v_{xG}}$ e $\mathbf{v_{xP}}$.

Tabela 3 – Valores medidos de alcance horizontal para as esferas maior e menor.

$X_G \pm \Delta X_G$	
$X_P \pm \Delta X_P$	

9.3.3.3 Parte 3 - Conservação da quantidade do movimento numa colisão lateral de duas esferas diferentes (com base na conservação da quantidade de movimento horizontal).

1. Coloque a esfera metálica menor sobre o suporte da esfera alvo e regule o sistema para que a esfera metálica maior se choque na lateral da esfera menor ao abandonar a rampa. Obs: Ao ocorrer o choque, a esfera incidente deve encontrar ± 1/3 da região equatorial da esfera alvo em sua frente.
2. Repita os itens 2 – 6 da parte 2 deste experimento.
3. Desenhe sobre o papel, uma linha que passa sobre o centro da esfera maior e na direção do eixo x. Meça a distância lateral (eixo Y) do ponto central onde a esfera maior caiu até esta linha ($\mathbf{y_G}$) . Com isto, você poderá calcular a componente Y da velocidade da esfera maior ($\mathbf{v_{yG}}$), com incerteza.

4. Estime a distância entre o centro das esferas, com incerteza. Assim, você poderá desenhar a linha no papel que passa pelo centro da esfera menor. Meça a distância entre esta linha até o ponto central que a esfera menor caiu ($\mathbf{y_P}$). Calcule a componente Y da velocidade da esfera menor ($\mathbf{v_{yP}}$), com incerteza.

Tabela 4 – valores medidos de alcance nas direções x e y das esferas maior e menor, durante a colisão lateral.

Esfera Maior	$X_G \pm \Delta X_G$	
	$Y_G \pm \Delta Y_G$	
Esfera Menor	$X_P \pm \Delta X_P$	
	$Y_P \pm \Delta Y_P$	

9.3.4 O que Incluir no Relatório do Experimento

- O módulo do vetor velocidade **na saída da rampa** pode ser obtido com o uso das equações para conservação de energia e as equações das trajetórias. Calcule a velocidade por estes dois métodos para a esfera lançada nas três partes do procedimento experimental. Compare os resultados através de uma tabela a ser incluída na analise de dados.

- *Para ficar mais claro: calculem a velocidade por dois métodos distintos e comparem os resultados.*

- Existe conservação de energia mecânica neste sistema? Se não, determine qual é a razão da perda de energia e determine sua magnitude para as três alturas das quais a esfera partiu.

<u>Para a colisão frontal:</u>

- É possível calcular o módulo do vetor quantidade de movimento horizontal da esfera quando esta deixa a rampa antes de colidir com a esfera pequena e após a colisão? Se sim, calcule.

- É possível provar que houve conservação da quantidade de movimento?

<u>Para a colisão lateral:</u>

- É possível calcular o módulo do vetor quantidade de movimento horizontal da esfera maior antes de colidir com a esfera pequena na saída da rampa ? e após a colisão? Se sim, calcule.

- É possível provar que houve conservação da quantidade de movimento nas duas direções?

9.4 Experiência 4: Deformações Elásticas e Pêndulo Simples

9.4.1 Objetivos

- ✓ Interpretar o gráfico força x elongação;
- ✓ Enunciar e verificar a validade da lei de Hooke;
- ✓ Verificar as equações para a constante de mola efetiva em um sistema com molas em série e outro com molas em paralelo.
- ✓ Calcular o trabalho realizado por uma força ao distender uma mola helicoidal;
- ✓ Estudar a relação entre massa, comprimento do fio e período para um pêndulo simples.

9.4.2 Materiais Necessários

- ✓ Sistema de sustentação principal Arete formado por tripé triangular com escala linear milimetrada, escalar angular de 0 a 120 graus com divisão de um grau, haste principal e sapatas niveladoras amortecedoras: painel em aço com quatro graus de liberdade;
- ✓ Molas helicoidais;
- ✓ Um conjunto de massas acopláveis;
- ✓ Um gancho lastro;
- ✓ Uma escala milimetrada.
- ✓ Um pêndulo simples.

9.4.3 Procedimento Experimental

9.4.3.1 Primeira Parte – Determinação das constantes elásticas de duas molas helicoidais separadamente.

1. Execute a montagem conforme Figura 1, prendendo a régua pelo orifício existente em sua extremidade e dependurando uma mola na posição B (indicada na peça). Leia o valor ocupado pela parte inferior do gancho lastro, na escala. Este valor será arbitrado como zero. O gancho funcionará como lastro, não o considere como carga.

2. Complete a tabela abaixo, para os valores de massa que você usará para a elongação das molas de constante elástica K1 e K2. Os valores de massa deverão ser em valores crescentes (M1 < M2 < M3 < M4 <M5).

Tabela 1 – Peso das diversas massas a utilizar no experimento.

Descrição do conjunto	**Peso (N)**	**ΔP(N)**
Gancho		
Gancho + massa (M1)		
Gancho + massa (M2)		
Gancho + massa (M3)		
Gancho + massa (M4)		
Gancho + massa (M5)		

Obs: Cuidado com o limite de peso suportado pelo dinamômetro !

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

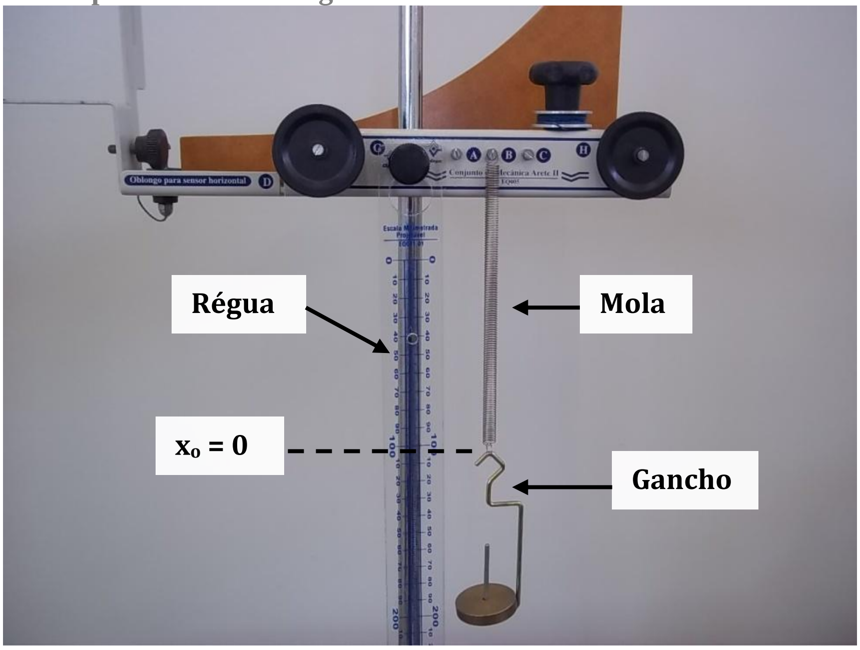


Figura 1 – Montagem experimental inicial para o estudo de deformações elásticas.

3. Coloque o gancho lastro suspenso na mola, considerando a sua posição inicial de equilíbrio como zero. Assinale a posição arbitrada como zero na escala.

4. Acrescente as massas medidas e apresentadas na tabela anterior, uma de cada vez, completando as lacunas da tabela 1, para a mola de constante K1 e, da tabela 2, para a mola de constante K2.

Tabela 2 – Elongação da mola helicoidal de constante elástica K1.

Descrição	Peso (N)	X (mm) elongação	Deformação δx (mm)	Incerteza na deformação (mm)
Gancho		X_0 =	Arbitrando Zero = 0	
M1		X_1 =	$X_1 - X_0$ =	
M2		X_2 =	$X_2 - X_0$ =	
M3		X_3 =	$X_3 - X_0$ =	
M4		X_4 =	$X_4 - X_0$ =	
M5		X_5 =	$X_5 - X_0$ =	

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Tabela 3 – Elongação da mola helicoidal de constante elástica K2.

Descrição	Peso (N)	x (mm) elongação	Deformação δx (mm)	Incerteza na deformação (mm)
Gancho		X_0 =	Arbitrando Zero = 0	
M1		X_1 =	$X_1 - X_0$ =	
M2		X_2 =	$X_2 - X_0$ =	
M3		X_3 =	$X_3 - X_0$ =	
M4		X_4 =	$X_4 - X_0$ =	
M5		X_5 =	$X_5 - X_0$ =	

5. Trace o Gráfico do peso P em função de δx para cada uma das molas.

   Obs: (i) Faça as leituras na régua, olhando por baixo dos pesos.

   (ii) Avalie a incerteza da régua.

6. Utilizando dos valores da tabela 2 e 3 verifique a validade da relação $F \propto \delta x$ para cada medida executada. Obtenha os valores das constantes elásticas, K1 e K2, das molas helicoidal utilizando a média dos valores de F/x, chame este valor de kméd 1 e kméd 2.
7. Obtenha pelo cálculo do coeficiente angular de uma reta, o valor das constantes elásticas das molas helicoidal (Kgraf 1 e Kgraf 2).
8. A lei de Hooke é sempre válida?
9. A média das constantes de mola obtidas ao calcular F/x para cada valor de x e de F coincide com a constante de mola obtida pelo gráfico de F em função de x? Por quê?

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

9.4.3.2 Segunda Parte - Constante elástica numa associação de molas helicoidais em série.

1. Complete a tabela abaixo:

   Obs: A escolha dos valores a utilizar para as massas é livre, mas cuidado com o limite de peso suportado pelo dinamômetro e pelas molas.

   (PROFESSOR: Por favor retire no mínimo cinco pontos da nota no relatório do grupo que danificar o dinamômetro e informe o coordenador do laboratório do ocorrido).

Tabela 4 – Elongação para duas molas helicoidais em série.

Descrição	Peso (N)	X (mm) elongação	Deformação δx (mm)	Incerteza na deformação (mm)
Gancho		X_0 =	Arbitrando Zero = 0	
M1		X_1 =	$X_1 - X_0$ =	
M2		X_2 =	$X_2 - X_0$ =	
M3		X_3 =	$X_3 - X_0$ =	
M4		X_4 =	$X_4 - X_0$ =	
M5		X_5 =	$X_5 - X_0$ =	

2. Determine graficamente (kgraf3) e pela média de F/x (kméd3) a constante elástica para um sistema formado por duas molas em série (siga o procedimento desenvolvido anteriormente). Utilize as duas molas cuja constante de mola foi determinada na primeira parte deste experimento.
3. Compare os resultados obtidos graficamente com aqueles obtidos pela média.
4. Pesquise na literatura, descubra qual é a equação para a constante de elasticidade efetiva de duas molas em série em função das constantes de elasticidade das molas individualmente. Calcule a constante de elasticidade efetiva para o sistema de duas molas em série (kteor1) e compare o resultado com os valores de kméd3 e kgraf3.

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

9.4.3.3 A constante elástica numa associação de molas helicoidais em paralelo

1. Realize a montagem experimental conforme a Figura 2:

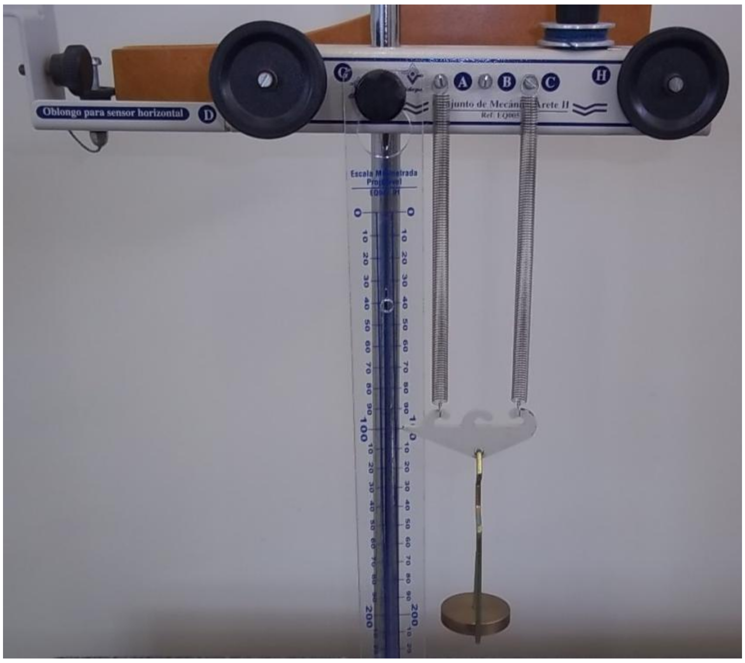


Figura 2 – Montagem experimental para a associação em paralelo de molas helicoidais.

2. Complete a tabela abaixo:

Tabela 5 – Elongação para duas molas helicoidais em paralelo.

Descrição	Peso (N)	X (mm) elongação	Deformação δx (mm)	Incerteza na deformação (mm)
Gancho		X_0 =	Arbitrando Zero = 0	
M1		X_1 =	$X_1 - X_0$ =	
M2		X_2 =	$X_2 - X_0$ =	
M3		X_3 =	$X_3 - X_0$ =	
M4		X_4 =	$X_4 - X_0$ =	
M5		X_5 =	$X_5 - X_0$ =	

3. Determine graficamente (kgraf4) e pela média de F/x (kméd4) a constante de elástica para um sistema formado por duas molas em paralelo (siga o procedimento desenvolvido anteriormente). Utilize as duas molas cuja constante de mola foi determinada na primeira parte deste experimento.
4. Compare os resultados obtidos graficamente com aqueles obtidos pela média.
5. Pesquise na literatura, descubra qual é a equação para a constante de elasticidade efetiva de duas molas em série em função das constantes de elasticidade das molas individualmente. Calcule a constante de elasticidade efetiva para o sistema de duas molas em paralelo (kteor2) e compare o resultado com os valores de kméd4 e kgraf4.

9.4.3.4 Trabalho e energia mecânica numa mola helicoidal

Utilizando o gráfico de F X elongação, calcule o trabalho realizado pela força aplicada sobre a mola para alongá-la de sua posição de equilíbrio até a posição final x para uma mola, para duas molas em série e para duas molas em paralelo. Explique os resultados, comparando o trabalho realizado nos três casos.

9.4.3.5 Período de um Pêndulo

1. Monte um pêndulo simples prendendo uma massa na ponta da corda fornecida com o equipamento.
2. Estique a corda 30 cm do topo do equipamento ao centro do objeto colocado à oscilar.
3. Aplique uma pequena força de forma a fazer o sistema massa + corda ter uma oscilação de, aproximadamente, cinco graus a partir do repouso.
4. Ajuste o ângulo a partir da distância em relação a vertical que a massa deve ser movida para que a oscilação tenha este ângulo. Utilize o fato de que um ângulo de cinco graus corresponde a um comprimento de arco de cerca de 0,087 R, onde R é o raio da circunferência que, neste caso, será o comprimento (L) do fio.
5. Estime o valor da incerteza no comprimento do fio (ΔL).
6. Deixe o pendulo oscilar duas vezes, depois meça o tempo necessário para as próximas 10 oscilações e divida por 10 para obter o período médio de uma oscilação, repita esta medida cinco vezes. Quando possível, realize algumas destas medidas com pessoas diferentes medindo e marcando o tempo.
7. Desenrole mais a corda, de forma a deixar 40 cm a partir do topo e repita o procedimento acima, depois repita para 50, 60, 70, 80 e 90 cm.
8. Complete a tabela abaixo:

Tabela 6: Período de um Pêndulo

L ± ΔL (cm)	Período para 10 oscilações						
	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4	Medida 5	Média	Desvio
30 ±							
50 ±							
60 ±							
70 ±							
80 ±							
90 ±							

9. Trace um gráfico de $\sqrt{L} \times T$ onde T é o período de oscilação do pêndulo e *L* o seu comprimento. Calcule o desvio médio quadrático para esta reta média. Este desvio é razoável?
10. Obtenha o valor da aceleração da gravidade com sua respectiva incerteza a partir do gráfico descrito no procedimento 7. Compare com valores da literatura e analise as diferenças (se houverem).

9.4.4 O que Incluir no Relatório do Experimento.

- Os gráficos pedidos acima.
- A Lei de Hooke é sempre válida?
- Comparações entre os valores da constante de mola obtidos via gráfico, via média e via cálculo. Qual destes é mais preciso?
- Comparação entre o valor obtido para a aceleração da gravidade e o previsto.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

10 Roteiros – Segunda Sequência

10.1 Experimento 1: Cuba Eletrostática: Carga, Campo e Potenciais Elétricos

10.1.1 Objetivos

- ✓ Fundamentar o conceito de carga elétrica.
- ✓ Trabalhar com os conceitos de campo e potencial elétricos.
- ✓ Reconhecer o conceito de superfícies equipotenciais.

10.1.2 Materiais Necessários

- ✓ Uma fonte de tensão CC – com tensões entre 3 e 9 Volts (conectores do tipo jacaré).
- ✓ Um multímetro para medidas de diferenças de potencial elétrico (adequado se uma das pontas de prova tiver garra jacaré).
- ✓ Uma cuba de vidro transparente.
- ✓ Dois eletrodos retilíneos que ficam submersos na cuba de vidro (duas hastes condutoras).
- ✓ Um eletrodo circular e uma haste fina para posicionamento vertical.
- ✓ Água não destilada (água de torneira).
- ✓ Papel milimetrado.

10.1.3 Fundamentação Teórica

(O texto original é da apostila de física experimental da Universidade Federal de São Carlos)

Uma propriedade do campo eletrostático é ser um campo conservativo. A força elétrica ($\vec{F}$) é simplesmente o campo ($\vec{E}$) multiplicado por uma constante (a carga de prova) e também é conservativa. É conhecido da mecânica que as forças conservativas são muito mais simples de se analisar, porque o trabalho (W) que elas realizam depende apenas dos pontos inicial e final, e não da trajetória [equação (1)]. Isso permite definir uma função escalar (U), chamada energia potencial, de tal forma que, se apenas a força conservativa atuar, a soma da energia cinética com a energia potencial permanece constante (essa constante é denominada energia total).

(1)

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

$$W = -\Delta U = -\int_a^b \vec{F}.d\vec{r} = -q_o \int_a^b \vec{E}.d\vec{r}$$

Desta forma, a energia eletrostática U, é definida para um certo referencial conveniente. Por exemplo, U = 0 para um ponto b distante (b → infinito).

Da mesma forma que a força é proporcional à carga elétrica, a energia potencial também é. Podemos então, definir a energia potencial por unidade de carga, que é chamado de potencial elétrico:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_o} = -\int_a^b \vec{E}.d\vec{r} \qquad (2)$$

A equação 2 dá o potencial se o campo for conhecido. No entanto, é mais fácil medir o potencial, porque esse é uma função escalar, enquanto o campo é vetorial; ou seja, para determinar o potencial, precisamos apenas de um número, enquanto que para determinar o campo precisamos saber a intensidade, a direção e o sentido. Para calcular o campo supondo conhecido o potencial, precisamos da relação inversa da equação 2, que é:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \qquad (3)$$

Uma superfície equipotencial é aquela sobre a qual o potencial é constante: a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer da superfície é nula. Portanto, sobre uma equipotencial:

$$-\int_a^b \vec{E}.d\vec{r} = 0 \qquad (4)$$

Uma condição que satisfaz a equação (4) é que o campo elétrico seja perpendicular a um deslocamento $d\vec{r}$ sobre uma equipotencial. Definindo $d\vec{r} = dr\hat{r}$, onde $\hat{r}$ é um vetor unitário, temos para o campo elétrico médio entre duas equipotenciais:

$$\vec{E} = -\frac{\Delta V}{\Delta r}\hat{r} \qquad (5)$$

As medidas de potenciais e campos eletrostáticos são experimentos difíceis de serem realizados em laboratório convencionais de ensino. Isto ocorre porque o meio no qual o campo é gerado é altamente isolante, e a resistência equivalente entre dois pontos é grande, comparável ou até maior do que a resistência interna dos voltímetros comerciais, de modo que a leitura seria totalmente errônea. Tais medidas exigiriam instrumentos de altíssima resistência interna, como voltímetros eletrostáticos ou eletrômetros e condições ambientais especiais, tais como baixo teor de umidade, atmosfera inerte ou alto vácuo.

Contudo, podemos contornar esta situação fazendo o mapeamento em um meio com baixa resistividade como, por exemplo, uma solução aquosa não destilada, ou melhor, ainda, uma solução aquosa de $CuSO_4$ por exemplo. Estes eletrólitos possuem cargas que podem se deslocar quando sujeitas à ação de um campo elétrico, que surge quando conectamos uma fonte de tensão a eletrodos metálicos mergulhados no eletrólito. A distribuição de cargas nas superfícies dos eletrodos dá origem a um campo eletrostático no meio eletrolítico. Dessa forma, o potencial V(P) nos diferentes pontos do eletrólito pode ser mapeado e possibilita o estudo do campo eletrostático bidimensional correspondente. Esse método é muito usado na prática para determinar as figuras de potencial de objetos de diferentes formatos, e pode inclusive ser usado para estudar um campo elétrico tridimensional, mergulhando o objeto totalmente no meio eletrolítico.

Como será, por exemplo, o campo elétrico se colocarmos a ponta de uma fio metálico próximo à um eletrodo retilíneo e uniformemente carregado ? A Figura 1 é uma ilustração desta configuração. Observe que as superfícies equipotenciais formam uma figura "parecida com uma elipse". As superfícies equipotenciais são mais 'densas' na região entre os eletrodos (campo mais intenso) e, menos densa (campos menores) na região fora dos eletrodos. Ligando estas superfícies por linhas perpendiculares às equipotenciais, é possível obter a configuração das linhas de campo elétrico. Utilizando a equação (5), é possível calcular o campo elétrico médio entre duas equipotenciais. A direção do campo é sempre no sentido do potencial decrescente (sinal negativo na equação 5).

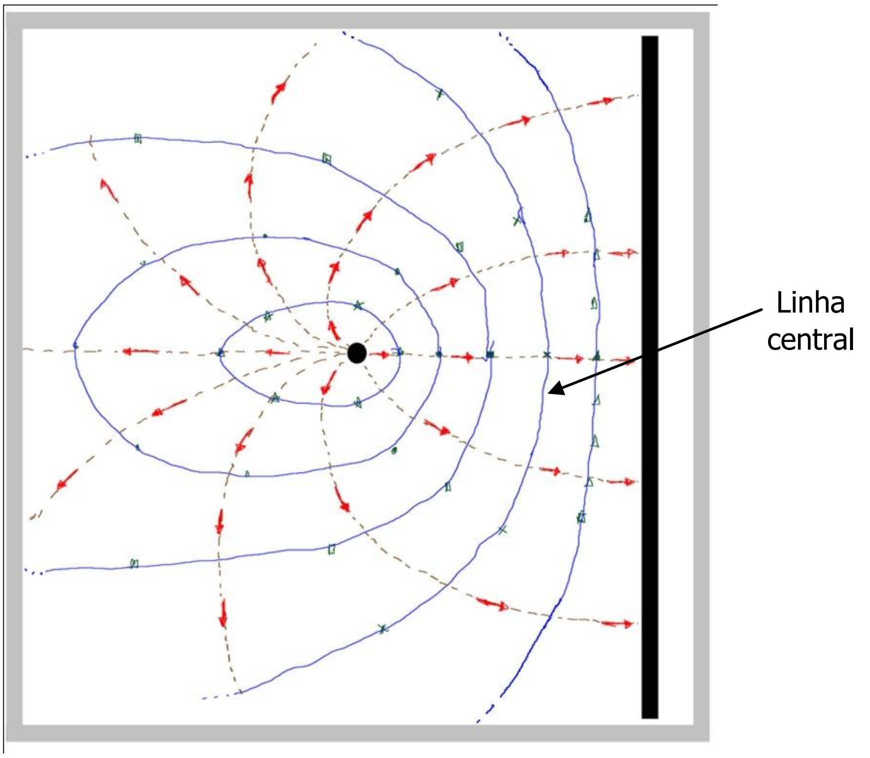


Figura 1 – Configuração de superfícies equipotenciais (Linhas em azul) e linhas de campo elétrico (setas sobre as linhas tracejadas), para um eletrodo pontual e uma distribuição retilínea e uniforme de cargas.

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

10.1.4 Procedimentos Experimentais

Parte 1 - Campo uniforme

- DETALHES IMPORTANTES:

Garanta que a água utilizada não seja destilada, caso contrário nenhum efeito será observado.

Espere pelo menos alguns minutos para haver uma estabilidade de cargas no interior da cuba.

Ao medir um dado potencial, não demore muito tempo, pois a ponta do voltímetro influencia no experimento, distorcendo as linhas de campo elétrico.

1. Conecte os eletrodos retilíneos em paralelo na cuba, afastados de 5 cm, conforme a Figura 2.
2. Posicione uma folha de papel milimetrado abaixo da cuba, tal que os eletrodos estejam paralelos às linhas demarcadas.
3. Conecte os terminais dos eletrodos aos terminais da fonte de tensão.
4. Desenhe em uma segunda folha de papel milimetrato um esquema em escala 1:1 da montagem, com atenção na posição relativa, comprimento e espessura dos eletrodos.
5. Coloque água (não destilada) na cuba até fechar contato entre os eletrodos.

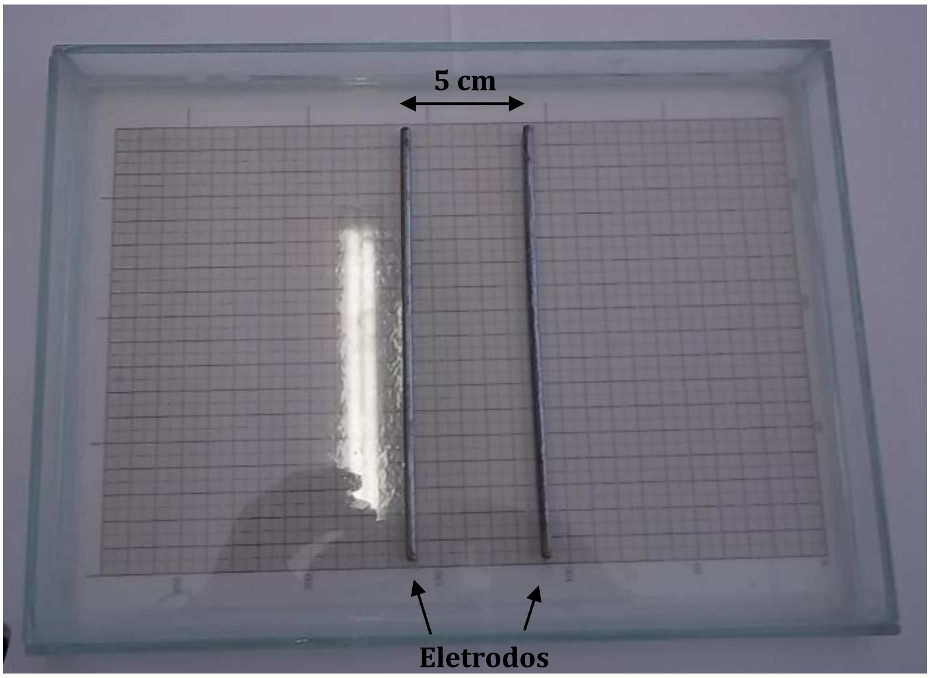


Figura 2 – Montagem experimental para dois eletrodos retilíneos

6. Conecte a ponta de prova do multímetro indicada por "COM" em contato com o eletrodo que estiver ligado ao negativo da fonte. Suas medidas de voltagem (ddp) serão em relação ao potencial deste ponto.
7. Ligue a fonte de tensão na escala de 3 V a 9 V (OBS: Estes valores são apenas o potencial nominal; a voltagem a ser considerada deve ser medida).
8. Ligue o voltímetro e meça a ddp entre os terminais, registrando este valor.
9. O primeiro ponto de medida (ponto de referência potencial) deve estar sobre uma reta perpendicular ao centro da haste negativa, distanciado de 1cm desta. O valor obtido para este potencial deve ser anotado. Este ponto dará origem a primeira superfície equipotencial; para isto os demais pontos devem ser encontrados de forma a terem o mesmo potencial do primeiro, e devem estar a 1cm de distância. Cada equipotencial deverá conter no mínimo 8 pontos. As demais superfícies equipotenciais serão construídas de forma análoga, sempre com o ponto referencial situado no centro da haste distanciado um centímetro a mais que o ponto referencial anterior até chegar-se à haste positiva.
10. Os pontos experimentais devem ser anotados no papel milimetrado externo, a fim de construir as superfícies equipotenciais.

Parte 2 - Medida de potencial com simetria circular

1. Utilize agora dois eletrodos, sendo um pontual (em forma de ***L***, que fará o papel de uma carga pontual) e outro em forma de círculo. O eletrodo pontual (em forma de L) deve estar no centro do eletrodo circular. Observe a montagem na Figura 3.

2. Mapeie as superfícies equipotenciais desta configuração. Para tal, estas equipotenciais devem estar espaçadas de 1 cm uma da outra para duas superfícies equipotenciais próximas a cada eletrodo, no papel milimetrado. Além disso, cada superfície equipotencial deve conter no mínimo 10 pontos eqüidistantes.

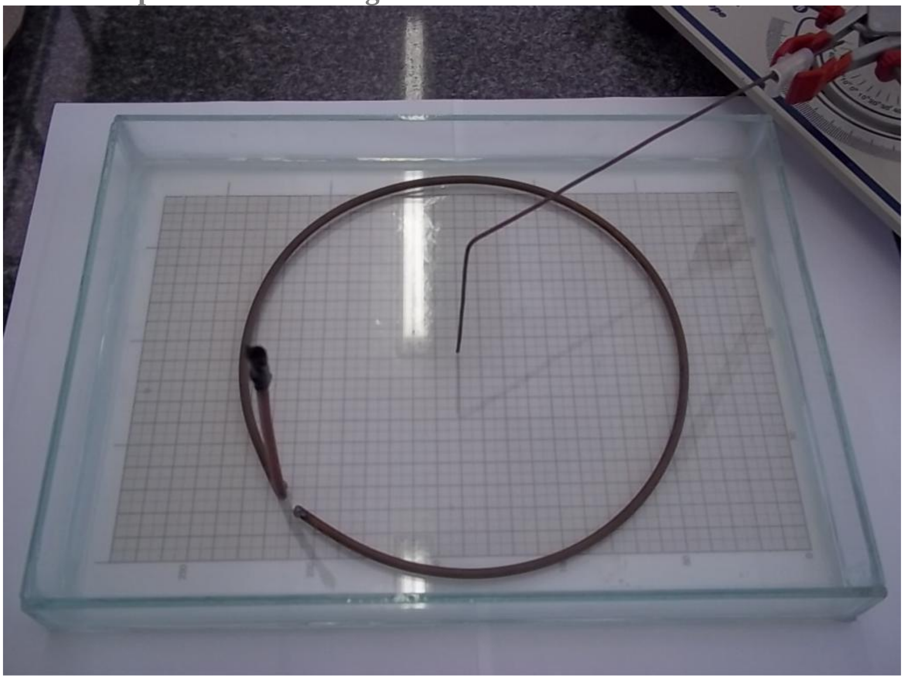


Figura 3 – Montagem experimental para um eletrodo pontual (em forma de L).

Parte 3 - Medida do potencial entre um eletrodo "pontual" e uma distribuição retilínea de cargas

1. Utilize agora os dois eletrodos em forma de ***L*** de tal forma que um deles toque com uma das pontas sobre a cuba e o outro toque com a extensão maior do corpo sobre a cuba. Mantenha 5 cm de distância entre os eletrodos. Observe a Figura 4.

2. Mapeie as curvas equipotenciais desta configuração. Na linha central da configuração, entre os eletrodos, as equipotenciais devem estar separadas de 1 cm uma das outras (Figura 1). No mapeamento das equipotenciais, observa-se que estas começam a se separar, sendo que a distância de 1 cm só é permitida na linha central dos eletrodos.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

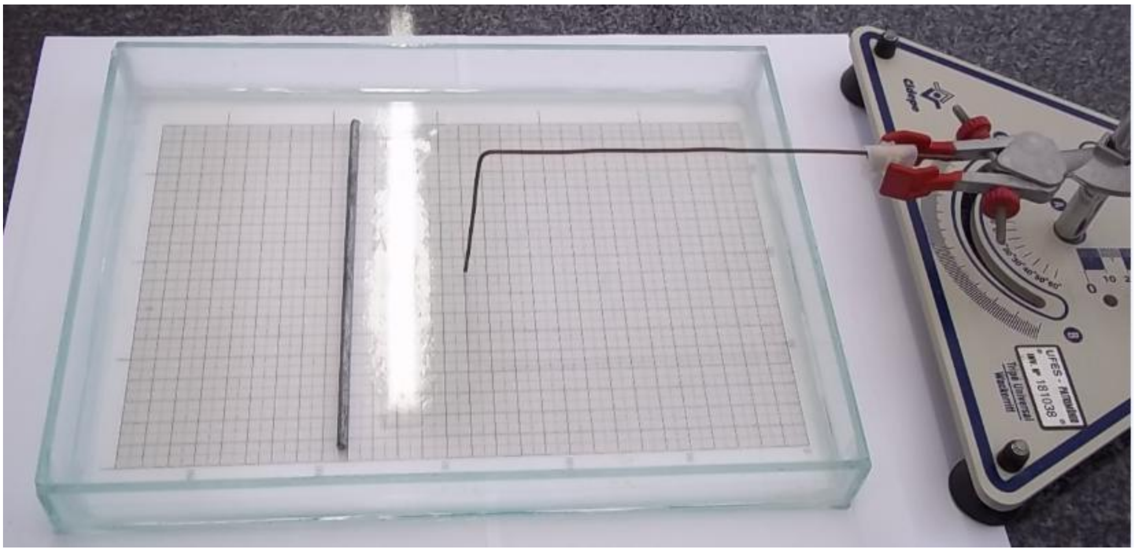


Figura 4 – Montagem experimental para um eletrodo pontual (em forma de L).

10.1.5 O que Incluir no Relatório do Experimento

Todos estes ítens deverão ser realizados para cada configuração deste experimento

- Ligue por uma curva média, no papel externo, os pontos com mesmo potencial.

- Desenhe um conjunto de linhas ortogonais (tracejadas para diferenciar das equipotenciais) às equipotenciais, no qual constituirão as linhas de campo elétrico. Qual deve ser o sentido do campo elétrico sobre estas linhas ?

- Desenhe, a partir do item 2 as linhas de campo elétrico, no papel milimetrado. Deixe isto bem visível no relatório.

- Explique porque as linhas de campo são ortogonais às superfícies equipotenciais.

- Para a ***parte1*** (eletrodos retilíneos) do experimento, determine, utilizando a equação 5, o valor médio do campo ao longo do eixo central escolhido que une os eletrodos, em três pontos, sendo dois próximos de cada eletrodo e o outro no centro. Determine, também, o valor do campo elétrico em um ponto fora do eixo. Obviamente, estes procedimentos fornecem apenas um valor aproximado para o campo, afinal, não podemos fazer, na prática, o que é feito no cálculo diferencial, ou seja, fazer ΔS "tender a zero".

- Repita os mesmos cálculos do item 5 para a ***parte 2*** (simetria circular), porém ao invés de um eixo central, escolha uma direção radial para os cálculos do campo médio.

- Repita os mesmos cálculos do item 5 para a ***parte 3*** (carga pontual e eletrodo retilíneo). O eixo central, deverá ser aquele que passa pelo centro do eletrodo retilíneo.

- Por sua análise, o campo elétrico pode ser considerado uniforme em todas as configurações estudadas? Explique tendo como base as figuras obtidas do campo elétrico e dos valores calculados de campo.

10.2 Experimento 2: resistência e Resistores, voltagem, corrente e lei de Ohm

10.2.1 Objetivos

- ✓ Fundamentar os conceitos de resistência e resistor.
- ✓ Conhecer o código de cores, utilizado para especificar resistores de película.
- ✓ Esclarecer o real sentido da Lei de Ohm.
- ✓ Distinguir um resistor ôhmico dos demais.
- ✓ Criar Modelos para a variação da resistência de resistores não Ôhmicos com a corrente ou com o tempo.
- ✓ Associar resistores em série ou paralelo e deduzir as relações algébricas para a resistência equivalente de um circuito.
- ✓ Definir resistividade de um material.

10.2.2 Materiais Necessários

- ✓ Placa contendo resistores, 1 diodo e, 1 led;
- ✓ 1 Bobina de cobre e 1 diodo;
- ✓ Plugs banana-banana e banana-jacaré;
- ✓ Fonte de c.c ajustável;
- ✓ Multímetro digital;
- ✓ Termômetro.

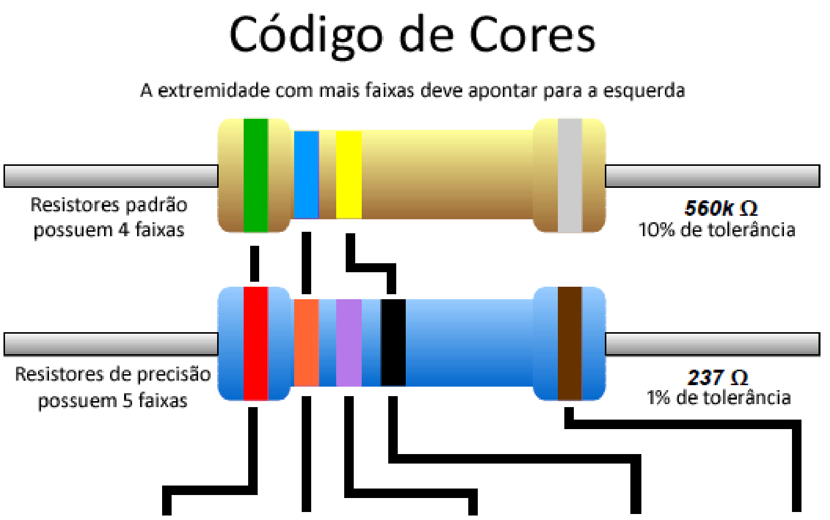
10.2.3 Fundamentação Teórica

A ***resistência elétrica*** de um meio material é a grandeza que expressa o grau de interferência deste meio material no transporte da carga elétrica, e em uma abordagem mais sofisticada ela expressa o grau de "não aproveitamento" da energia fornecida à carga para se mover (e assim pode ser identificada como uma *fonte de dissipação da energia elétrica fornecida*, fato este que discutiremos em futuro experimento). No *SI* a unidade de medida da resistência elétrica é o ***ohm***, representado pela letra grega Ω.

A tecnologia moderna faz uso da resistência elétrica (doravante denominada simplesmente "resistência") desde o projeto de geradores a linhas de transmissão e "circuitos" que são utilizados em equipamentos elétricos. Portanto os ***elementos resistivos***, ou simplesmente **resistores** são fabricados e fornecidos comercialmente e em larga escala para exercerem o papel de componentes em um "circuito elétrico".

Resistores comerciais podem ser classificados em *fixos* ou *variáveis*. Resistores fixos podem ser fabricados por diferentes métodos, resultando nos seguintes tipos principais: Resistor de *Fio* (fio metálico fino enrolado em torno de cilindro cerâmico) ou de *Filme* (que consiste em uma Película de Carbono ou uma Película Metálica enrolada em torno de cilindro de porcelana).

Os fabricantes fornecem ***valores nominais*** dos resistores comerciais, bem como sua a tolerância ("incerteza"), advinda do método de fabricação dos mesmos. No caso de resistores de filme, emprega-se um conjunto de anéis coloridos que circundam o resistor, empregando um **código de cores**, conforme Figura abaixo.



Cor	1ª Faixa	2ª Faixa	3ª Faixa	Multiplicador	Tolerância
Preto	0	0	0	x 1 Ω	
Marrom	1	1	1	x 10 Ω	+/- 1%
Vermelho	2	2	2	x 100 Ω	+/- 2%
Laranja	3	3	3	x 1K Ω	
Amarelo	4	4	4	x 10K Ω	
Verde	5	5	5	x 100K Ω	+/- .5%
Azul	6	6	6	x 1M Ω	+/- .25%
Violeta	7	7	7	x 10M Ω	+/- .1%
Cinza	8	8	8		+/- .05%
Branco	9	9	9		
Dourado				x .1 Ω	+/- 5%
Prateado				x .01 Ω	+/- 10%

Figura 1 - Códigos de cores para resistores.

Definimos a Resistência de um condutor entre dois pontos quaisquer, aplicando a diferença de potencial V entre estes dois pontos e medindo a corrente i resultante. A resistência R é, então:

$$R=V/i$$

Após algum trabalho algébrico, esta relação pode ser reescrita na forma:

$$R=\rho L/A$$

Onde ρ é a resistividade do material, L é o comprimento do condutor e A a seção reta do condutor. Esta Relação é válida para condutores isotrópicos homogêneos de seção reta uniforme.

Lei de Ohm: "Um dispositivo obedece a Lei de Ohm quando a sua resistência entre dois pontos quaisquer for independente do módulo e da polaridade da diferença de potencial aplicada entre aqueles pontos".

10.2.4 Procedimentos Experimentais

Parte 1 – Leitura e associação de Resistores

Para realizarmos ***medidas diretas*** da resistência, podemos usar o ohmímetro, que pode ser fornecido como parte de um instrumento versátil: o multímetro ("multiteste"). No uso deste equipamento, é importante sabermos qual sua incerteza de medida (lendo no manual fornecido pelo fabricante ou registrado no próprio aparelho). Usualmente, a incerteza é expressa em porcentagem do valor lido, que pode variar de acordo com a faixa de medida selecionada no aparelho.

A operação do ohmímetro será explicada pelo professor em aula. Preste atenção aos detalhes de operação do modelo específico do equipamento usado na aula.

O ***objetivo*** deste experimento será aprendermos a identificar resistores por seu código de cores, medirmos seu valor diretamente e compararmos valores e incertezas. Portanto, neste experimento devemos tomar o cuidado de calcular corretamente as incertezas na leitura do código de cores (fornecido pela tolerância) e na leitura do ohmímetro. Aproveite este experimento para sanar dúvidas pendentes, como, por exemplo, sobre número de algarismos significativos em uma leitura, determinação de incerteza e critérios de arredondamento.

1. Apresentamos na Figura 2, cinco resistores, um diodo e, um led. Realize inicialmente, a leitura do código de cores cada um dos resistores, determinado o valor da resistência R e da incerteza ΔR. Represente os valores como $R_N \pm \Delta R_N$. Anote os valores obtidos na Tabela 1.
2. Utilize o ohmímetro do multímetro para medir o valor da resistência R e da incerteza ΔR. Sugestão: denomine este valor de "valor medido", e represente-o por $R_M \pm \Delta R_M$. Anote os valores obtidos na Tabela 1.

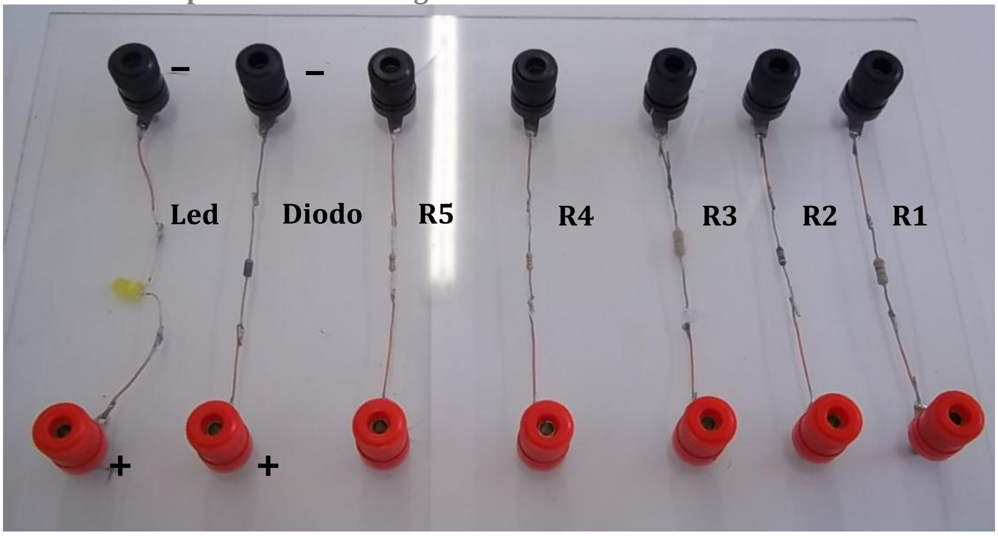


Figura 2 – Placa contendo cinco resistores, um diodo e, um led.

Tabela 1 – Valores nominais e medidos de resistência

Resistor	R1	R2	R3	R4	R5
R Nominal (R_N ±Δ R_N)					
R Medido (R_M ±Δ R_M)					

3. Compare os resultados de $R_N \pm \Delta R_N$ com $R_M \pm \Delta R_M$. Responda: O que pode ser concluído desta comparação?
4. Tome três resistores cuja resistência foi medida na primeira parte, denomine-os por R1, R2, R3, depois associe R1 e R3, R2 e R3 e R1, R2 e R3 em série, meça e registre a Resistência Total R_{eqs} de cada associação (lembre-se da incerteza).

Tabela 2 - Associação em série de resistores

R1 e R3	R2 e R3	R1, R2 e R3

5. Associe os mesmos resistores em paralelo, meça e registre a Resistência Equivalente R_{eqp} de cada associação.

Tabela 3 - Associação em paralelo de resistores

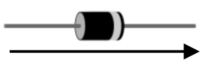
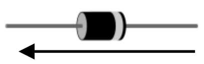
R1 e R3	R2 e R3	R1, R2 e R3

Parte 2 – Lei de Ohm

➢ **Detalhes Importantes**

- Garanta que o multímetro esteja ligado em série para que opere como amperímetro;
- Garanta que o multímetro esteja ligado em paralelo para que opere como voltímetro;
- **Atenção** quanto ao número de algarismos significativos, incertezas (instrumentais e propagadas), numeração das tabelas e identificação dos gráficos. Seja coerente.

1. Preste atenção na orientação do professor para usar corretamente o multímetro, o amperímetro e a fonte de tensão (ddp).
2. Selecione um resistor e um diodo da placa de associação.
3. Meça com o ohmímetro o valor da resistência do diodo (meça a resistência em dois sentidos), anote os resultados nos espaços abaixo:

4. Repita o procedimento 3 para o led. Anote no espaço abaixo sua observação.

5. Monte um circuito, como o da Figura 2, utilizando a fonte de tensão contínua, um resistor (R), um voltímetro (V) e um Amperímetro (A).

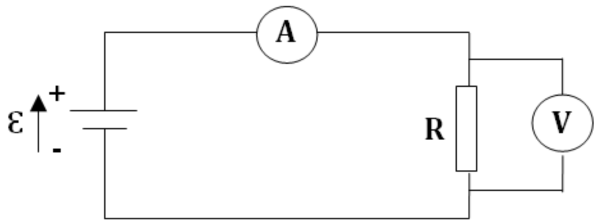


Figura 2 – Representação simbólica de um circuito com resistor, amperímetro e voltímetro.

6. Aplique diferentes tensões sobre cada um dos dispositivos selecionados, medindo e registrando estes valores e os da concomitante corrente elétrica. Organize seus resultados e os apresente na Tebela 4. Lembre-se de escolher valores positivos e negativos de tensão. As medidas para o resistor deve variar entre - 5V e + 5V de 1 em 1 V.

7. Para o diodo, faça uma leitura da corrente para uma tensão de - 0,2 V. Depois, anote os valores de corrente para a tensão variando de 0 V a +0.8 V.

Tabela 4 – Valores medidos de tensão e corrente para o resistor e diodo.

Resistor	U(V)												
	I (A)												
Diodo	U(V)												
	I (A)												

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Parte 3 – Resistência Elétrica em Função da Temperatura

1. Neste experimento você medirá como a resistência elétrica de uma bobina (enrolamento com N espiras) de cobre (Cu) e, um diodo variam com a temperatura. Observe os componentes e a montagem deste experimento, na Figura 3.

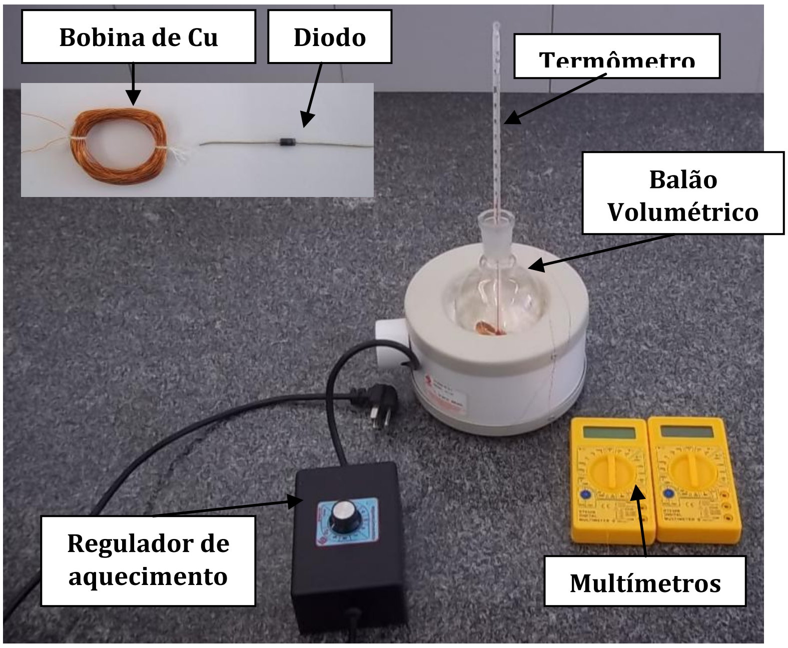


Figura 3 – Montagem experimental para o estudo da resistência em função da temperatura.

2. Encha o balão volumétrico com água e insira o termômetro no mesmo.

3. Conecte as extremidades da bobina de Cu, nas ponteiras de um dos multímetros e faça o mesmo com o diodo (tome cuidado com a ligação correta do diodo).

4. Mergulhe a bobina de Cu e o diodo no balão volumétrico com água. Deixe a parte inferior do termômetro, o mais próximo possível da bobina e o diodo.

5. Antes de ligar o regulador de aquecimento, você deverá anotar a temperatura ambiente e, as resistências da bobina e do diodo nesta temperatura. Avalie a incerteza do termômetro e, do multímetro (no manual) e anote estes valores.

6. Ligue o regulador de aquecimento na marcação 9 e anote os valores das resistências da bobina de Cu e do diodo função da temperatura. Faça estas medidas de 5 em 5 ^{o}C. Anote os dados na Tabela 5.

Tabela 5 – Valores de resistência elétrica da bobina de Cu e do diodo em função da temperatura.

Temperatura (°C)	Resistência da Bobina de Cu ($R_{Cu} \pm \Delta R_{Cu}$)	Resistência do Diodo ($R_D \pm \Delta R_D$)	

10.2.5 O que Incluir no Relatório do Experimento

Parte 1 – Leitura e Associação de Resistores

- Comparação dos resultados de $R_N \pm \Delta R_N$ com $R_M \pm \Delta R_M$, para cada uma das resistências escolhidas. O que pode ser concluído desta comparação?
- Mostre que, dentro das faixas de incerteza, os valores medidos para as associações em série e paralelo (Tabelas 2 e3) são iguais aos valores equivalentes, quando aplicado às expressões para associação em série e em paralelo de resistores.

$$Série: \; R_{eq}^{Série} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$$

$$Paralelo: \; \frac{1}{R_{eq}^{Paralelo}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Parte 2 – Lei de Ohm

- Construa um gráfico de **V em função de i** para o resistor. Este gráfico deve ser feito em papel milimetrado. Para o diodo e o led, faça um gráfico de **I em função de V** utilizando programas de computador. Se para um dado dispositivo observa-se um intervalo no gráfico que evidencia um comportamento linear, então, em tal intervalo, ele é dito "ôhmico".

- Obtenha o coeficiente angular m, do **gráfico do resistor**, assumindo V = m I (ajuste linear). Verifique se dentro da faixa de incerteza o coeficiente angular (m), obtido do ajuste, é numericamente igual ao valor da resistência nominal (R_N) e medida (R_M) e determine o valor do desvio padrão.

- **Para o led e diodo** utilize um programa de computador e tente também ajustar uma curva exponencial e um polinômio de grau 2 aos dados experimentais. Responda qual ajuste reduziu o valor do desvio padrão? Por que ? (procure na literatura).

- Qual dos três componentes, resistor, led e diodo são materiais ôhmicos ? Justifique.

- Explique o que é um diodo e quais suas principais aplicações práticas.

- Explique o que é um led e quais suas principais aplicações práticas.

- Por que não há passagem de corrente elétrica no diodo, quando ligado em – 2 V ?

Parte 3 – Resistência Elétrica em Função da Temperatura

- Faça dois gráficos utilizando um programa de computador: um para a resistência da bobina de Cu em função da temperatura e, outro para a resistência do diodo em função da temperatura.

- Os gráficos obtidos possuem comportamento linear ? Explique para qual faixa de temperatura o comportamento da resistência com a temperatura é linear para os metais e os semicondutores (no caso o diodo).

- Através de um ajuste linear, escreva as funções que representam a variação da resistência com a temperatura para a bobina de Cu e o diodo.

- Através do ajuste feito no item anterior, estime a resistência elétrica (ρ_o) da bobina de Cu a T_o = 20 ^oC. Com isto, determine o coeficiente da temperatura da resistência (α) do cobre para 20 ^oC. Compare os valores obtidos com o da literatura.

$$\alpha = \frac{1}{\rho_o} \frac{\rho - \rho_o}{T - T_o}$$

- No caso do diodo, não é possível determinar o coeficiente de temperatura da resistividade. Justifique em seu relatório esta afirmação.

- A variação da resistência elétrica de um resistor metálico com a temperatura influencia na verificação experimental da lei de Ohm ? Justifique sua resposta.

10.3 Experimento 3: Capacitância, capacitores e circuito RC

10.3.1 Objetivos

- ✓ Fundamentar o conceito de capacitância e capacitor;
- ✓ Realizar leituras dos valores de capacitância de capacitores;
- ✓ Associar capacitores em série e paralelo e deduzir as relações algébricas para calcular as capacitâncias equivalentes em cada caso;
- ✓ Estudar o processo de carga e descarga do capacitor.

10.3.2 Materiais necessários

- ✓ 1 protoboard
- ✓ 1 resistor de 47 kΩ.
- ✓ 1 fonte c.c. ajustável
- ✓ 4 capacitores
- ✓ 1 voltímetro
- ✓ 1 cronômetro.

10.3.3 Referencial Teórico

Capacitores e Capacitância

Capacitor é um dispositivo que consiste de duas placas condutoras (chamadas de armaduras), separadas por um material isolante (dielétrico). Um capacitor serve para armazenar cargas.

Quando ligamos um capacitor a um gerador, a uma tensão V, o capacitor adquire uma carga Q. A placa superior fica com uma carga +Q (falta de elétrons), enquanto a placa inferior ficará com uma carga – Q (excesso de elétrons). O número de elétrons, em excesso em uma placa, é igual ao número de elétrons faltantes na outra placa. A relação entre a carga adquirida e tensão aplicada é o que se define como a capacitância (C) do capacitor:

$$C = \frac{Q}{V}$$

No Sistema internacional de unidades, a capacitância é medida em Farad (símbolo: F), sendo 1 F = 1C/V. A capacitância por sua vez, é uma característica dos parâmetros geométricos do capacitor, como a área de suas placas, a espessura de seu dielétrico e material de que é feito o dielétrico. O dielétrico por sua vez tem como objetivo, aumentar o valor da capacitância do capacitor.

No caso de um capacitor de placas planas e paralelas, a sua capacitância (C) será dada por:

$$C = \Bbbk \varepsilon_o \frac{A}{d}$$

Onde, A é a área do capacitor, d, a distância entre as placas e, ε_o a permissividade elétrica no vácuo, que vale $\varepsilon_0 \approx 8{,}85$ pF/m. A constante dielétrica $\Bbbk$, é um parâmetro físico associado com o dielétrico. No vácuo, $\Bbbk = 1$. No ar pode – se admitir também que $\Bbbk \sim 1$. A Figura 1, é uma ilustração de um capacitor de placas planas e paralelas:

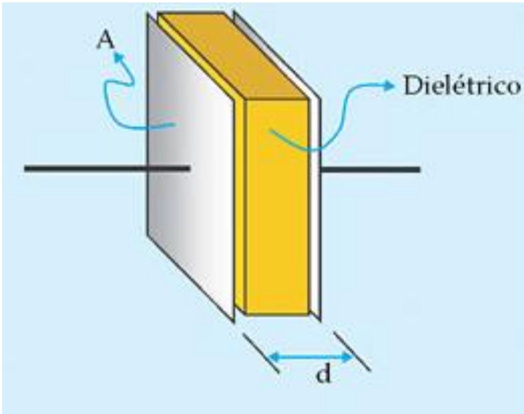


Figura 1 – Ilustração de um capacitor de placas planas e paralelas.

Devido a características constitutivas as capacitâncias de capacitores comerciais são disponibilizadas com valores da ordem de 10^{-12} F (picofarads) a 10^{-3} F (milifarads). Além do valor da capacitância, é preciso especificar o valor limite da tensão a ser aplicada entre seus terminais. Esse valor é denominado tensão de isolação e varia conforme o tipo de capacitor.

Na prática encontramos vários tipos de capacitores, com aplicações específicas, dependendo de aspectos construtivos, tais como, material usado como dielétrico, tipo de armaduras, dentre outros. Vejamos alguns deles:

i) *Capacitores plásticos (Poliestireno, poliéster)*

Consistem em duas folhas de alumínio separadas pelo dielétrico de material plástico. Sendo os terminais ligados às folhas de alumínio, o conjunto é bobinado e encapsulado, formando um sistema compacto.

ii) *Capacitores eletrolíticos*

O Capacitor eletrolítico internamente é composto por duas folhas de alumínio, separadas por uma camada de óxido de alumínio, enroladas e embebidas em um eletrólito líquido (composto predominantemente de ácido bórico ou borato de sódio). Por ser composto por folhas enroladas, tem a forma cilíndrica. Suas dimensões variam de acordo com a capacitância e limite de tensão que suporta. É um tipo de capacitor que possui polaridade, ou seja, não funciona corretamente se for invertido. Se a polaridade for invertida dá-se inicio à destruição da camada de óxido, fazendo o capacitor entrar em curto-circuito.

iii) *Capacitores cerâmicos*

Apresentam como dielétrico um material cerâmico, que é formado por uma camada de tinta, que contém elemento condutor, formando as armaduras. O conjunto recebe um revestimento isolante. São capacitores de baixos valores de capacitância e altas tensões de isolação.

Existem várias formas de leituras dos valores de capacitância de um capacitor, sendo que estas podem estar na forma de códigos numéricos, código de cores e também impressas no capacitor. Deixamos esta parte como o Apêndice I, no qual deverá ser utilizado durante este experimento.

Associação de Capacitores

No que segue, vamos lembrar as expressões para a capacitância equivalente de capacitores em série e paralelo. A Figura 2 é uma representação de associações em paralelo e em série de capacitores:

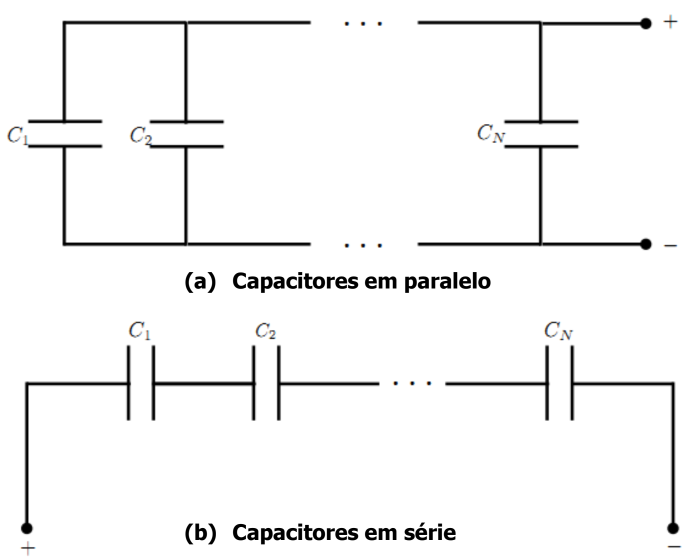


Figura 2 – Associação em (a) paralelo e (b) série de capacitores.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Temos as seguintes relações para as associações em série e paralelo de capacitores:

Para arranjos em série $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

Para arranjos em paralelo $C_{eq} = \sum_i C_i$

Deixamos as deduções para serem feitas durante a confecção do seu relatório.

Circuito RC série

Carga de Capacitor

Um circuito que contém um resistor (R) e um capacitor (C) em série é esquematizado na Figura 3. A fonte de tensão produz uma força eletromotriz (Ɛ) que gera uma corrente i (medida pelo amperímetro A) quando a chave S é fechada, inicialmente na posição 1. Essa corrente passa pelo resistor de resistência R e depois pelo capacitor de capacitância C. O voltímetro (representado pelo círculo com a letra V) mede a diferença de potencial nas placas do capacitor. Durante este processo, que denominamos de carga do capacitor, uma carga (Q) é armazenada em suas placas e, esta aumenta com o tempo até que, a tensão em suas placas seja a mesma que a da fonte.

Antes de a chave S ser fechada, a tensão nas placas do capacitor é nula, fazendo com que Q(t = 0) = 0 e i(t = 0) = 0. Quando a chave S é fechada na posição 1, a lei de Kirchhoff neste circuito fornece:

$$\varepsilon - Ri - \frac{Q}{C} = 0 \qquad (1)$$

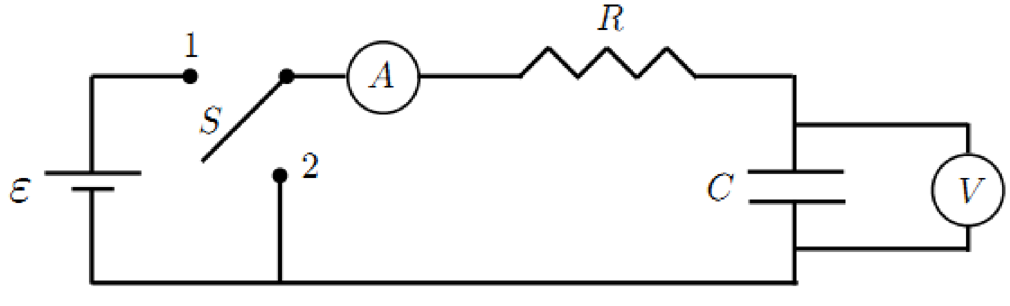


Figura 3 – Esquema de um circuito RC em série. Com a chave na posição 1, o capacitor pode ser carregado. Com chave na posição 2, o capacitor pode ser descarregado.

Fazendo $i = \frac{dQ}{dt}$ e, resolvendo a equação diferencial (1), obtém - se para o processo de carga do capacitor:

$$Q(t) = C\varepsilon\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \tag{2}$$

Derivando a equação (2), em relação ao tempo, vem:

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\,e^{-\frac{t}{RC}} \tag{3}$$

A tensão nas placas do capacitor é dada por $V_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$, obtém - se, equação (2):

$$V_C(t) = \varepsilon\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \tag{4}$$

A quantidade RC, deve ter dimensão de tempo e, é chamada de constante de tempo capacitiva do circuito (δ). Quando o tempo é igual a δ = RC vemos que a tensão entre as placas do capacitor é aproximadamente 63% da tensão da fonte: $V_C(t = RC) = (1 - e^{-1})\,\varepsilon \sim 63\%\ \varepsilon$. Você poderá verificar também que $i(t = RC) \sim 37\%\ i_o$, com $i_o = \varepsilon/R$. A Figura 4 é um esboço de como a corrente e a tensão no capacitor variam no tempo:

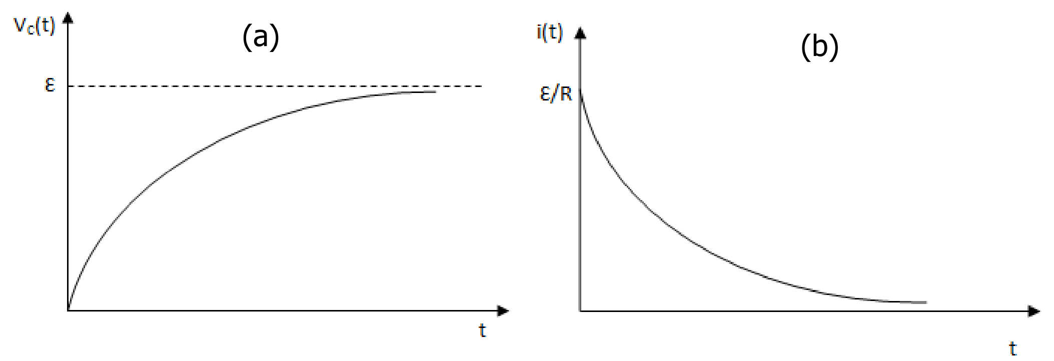


Figura 4 – Curvas de (a) tensão e (b) corrente durante o processo de carga do capacitor.

Descarga de Capacitor

A chave S é agora ligada na posição 2, de acordo com a Figura 3. Para todas as finalidades, iremos supor que o capacitor esteja totalmente carregado. Com a chave S, nesta posição, não há mais tensão no circuito, de modo que a lei de Kirchhoff, fornece para ε = 0:

$$Ri + \frac{Q}{C} = 0 \tag{5}$$

A solução desta equação fornece para a carga:

$$Q(t) = C\varepsilon\,e^{-\frac{t}{RC}} \tag{6}$$

Derivando a equação (6) com relação ao tempo, obtém – se para a corrente no circuito:

$$i(t) = -\frac{\varepsilon}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} \tag{7}$$

Utilizando a relação $V_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$, na equação (6) para a tensão nas placas do capacitor, Obtém – se:

$$V_C(t) = \varepsilon\, e^{-\frac{t}{RC}} \tag{8}$$

O sinal (–), na equação (7) indica que a corrente agora, tem sentido oposto ao do processo de carga do capacitor. Vemos ainda na equação (7), que durante o tempo δ = RC, a tensão e o módulo da corrente é reduzido em cerca de 37 % de seu valor inicial. Observamos que ambos os módulos da corrente quanto o da tensão decaem exponencialmente com o tempo.

10.3.4 Procedimentos Experimentais

Parte 1 – Medidas e associação de capacitores

1. Selecione três capacitores, doravante chamados C_1, C_2 e C_3. Um deles deve ser de poliester, outro cerâmico e o terceiro um capacitor cilíndrico (15 X 250 V_{ac}).

2. Realize e registre na Tabela 1, as leituras dos valores nominais (C_N) de capacitância com suas incertezas $\pm\Delta C_N$, indicando qual o tipo de cada capacitor.

3. Meça e registre na Tabela 1, os valores (C_M) de capacitância e suas respectivas incertezas $\pm\Delta C_M$. Você conseguiu medir todos os capacitores com o capacímetro do multímetro? Por quê?

(a) (b) (c)

Figura 5 – Capacitores do tipo (a) Poliéster, (b) cerâmico e (c) eletrolítico.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

Tabela 1 - Valores nominais e medidos de capacitância.

Valores Nominais $C_N \pm \Delta C_N$	C_{1N} =	C_{2N} =	C_{3N} =
Valores Medidos $C_M \pm \Delta C_M$	C_{1M} =	C_{2M} =	C_{3M} =

4. Use a placa *protoboard* (Figura 6). Chame o monitor, ou o professor, para uma orientação correta de seu uso. Conecte as seguintes ligações em série: C_1 e C_2; C_1 e C_3; C_2 e C_3; C_1, C_2 e C_3.
5. Meça a capacitância de cada conjunto com o capacímetro do multímetro. Anote os valores na Tabela 2. Quais conjuntos puderam ser obtidos? Por quê?

Tabela 2 – Valores medidos da associação em série

C_1 e C_2	C_1 e C_3	C_2 e C_3	C_1, C_2 e C_3

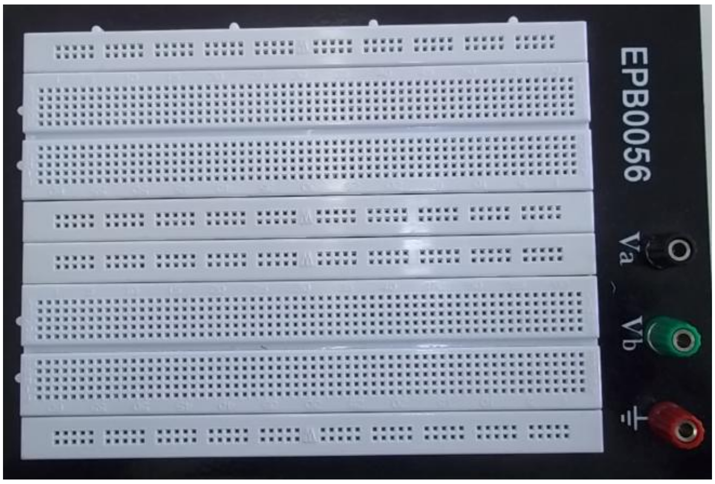


Figura 6 – Placa *protoboard*, utilizada para associação em série e paralelo de capacitores.

6. Conecte os mesmos conjuntos em paralelo.
7. Meça a capacitância de cada conjunto com o capacímetro do multímetro. Anote os valores na tabela abaixo. Quais conjuntos puderam ser obtidos? Por quê?

Tabela 3 – Valores medidos da associação em paralelo

C_1 e C_2	C_1 e C_3	C_2 e C_3	C_1, C_2 e C_3

Parte 2 – Carga e descarga de capacitores

ATENÇÃO: (1) Esteja atento à polaridade do capacitor; (2) No ato da medida o seletor de faixas de medida em volts deve estar, inicialmente, ajustado para a faixa mais alta. De acordo com o valor medido, reduzimos a faixa até um intervalo que contenha a leitura e com o maior número de algarismos significativos possível. Note que fonte só fornecerá 12 V ao circuito.

1. Preste atenção na orientação do professor com relação à polaridade dos terminais do capacitor.
2. Neste experimento, você utilizará um capacitor de capacitância nominal de 4,7 mF. Meça o valor da resistência do resistor. Este valor é compatível com o nominal?

$R_N \pm \Delta R_N =$	$R_M \pm \Delta R_M =$

3. Observe a Figura 7 e, monte um circuito de carga de capacitor, de acordo com as conexões da Figura 1, que incluem o voltímetro e o amperímetro.
4. Ajuste a fonte para 12 V. Deixe a chave S aberta.

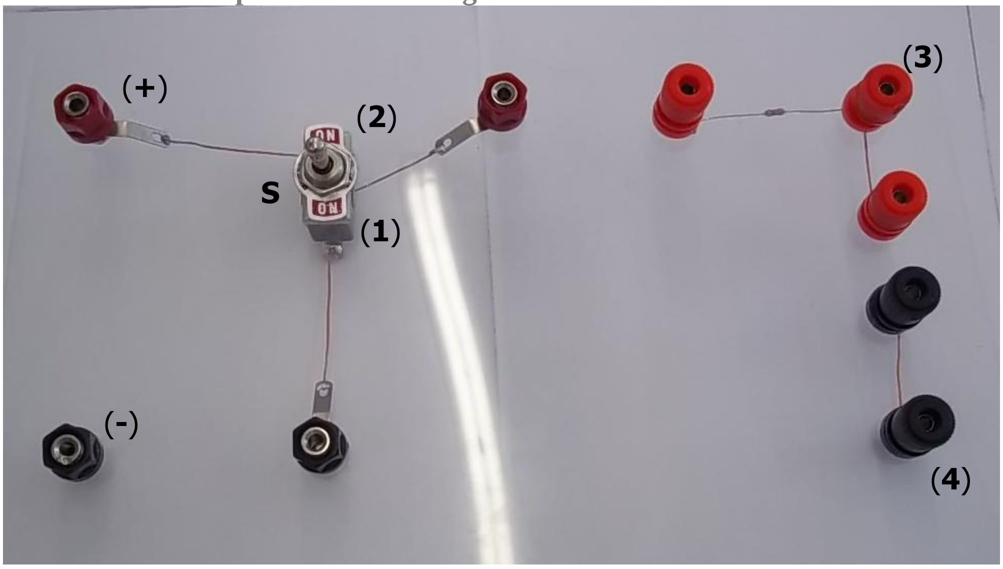


Figura 7 – Placa contendo a chave (S) e, conexões para um amperímetro e voltímetro.

5. Feche a chave S em 1 (Figura 7) e, simultaneamente, acione o cronômetro. Anote na tabela 4 do relatório os valores de tensão V_C nos terminais do capacitor e os valores de corrente (i), para intervalos sucessivos de 10 segundos. Não se esqueça de anotar o modelo do multímetro usado, para os cálculos de incerteza. Depois de ter completado a tabela, desligue o cronômetro. Se achar conveniente repetir as medidas.

Tabela 4 – Valores de tensão e corrente medidos nos processos de carga e descarga do capacitor.

Carga do capacitor

V_C												
i												
t												
V_C												
i												
t												

Descarga do capacitor

V_C												
t												
V_C												
t												

6. Desligue a fonte de tensão.
7. Para iniciar o processo de descarga do capacitor, retire os cabos da fonte de tensão do circuito [indicado pelos símbolos (+) e (-)] e, conecte – os diretamente na entrada do capacitor [indicado pelos números (3) e (4)].
8. O amperímetro e o voltímetro deverão permanecer da mesma forma que antes.
9. Ligue a fonte. Desta forma, o capacitor carregará instantaneamente na tensão de 12 V.
10. Retire o cabo indicado por (+), **na fonte de tensão (e não do circuito)**.
11. Vire agora, a chave para a posição 2. Escolha um valor inicial de tensão e, a partir daí, anote na Tabela 4 os valores de tensão em função do tempo, para intervalos de 10 s.

Parte 3 - Constante de permissividade do ar

1. Tome as duas maiores placas circulares no capacitor de placas planas e paralelas do "kit capacitor". Coloque 3 folhas de papel entre as placas do capacitor, fazendo com que estas placas fiquem o mais paralelo possível.

2. Retire cuidadosamente as folhas entre as placas do capacitor, e meça, com um paquímetro a espessura das folhas, que servirá como uma estimativa da distância entre as placas ($d \pm \Delta d$). A seguir, meça a capacitância, utilizando o multímetro e anotando as incertezas ($C \pm \Delta C$).

3. Aumente continuamente a distância entre as placas, colocando cada vez mais folhas de papel (três ou mais folhas). Em seguir, repita o item 2.

4. Leia os valores de capacitância do multímetro, de acordo com o modelo do multímetro. Estas incertezas estão tabeladas na parede do laboratório.

5. Anote os dados na tabela abaixo:

Tabela 2 – Valores medidos de capacitância em função da distância no capacitor de placas planas e paralelas.

$d \pm \Delta d$									
$C \pm \Delta C$									

10.3.5 O que incluir no Relatório do Experimento

Parte 1 – Medidas e associação de capacitores

- Compare os valores nominais de capacitância com os valores medidos com o multímetro (Tabela 1). Estes valores são compatíveis? Justifique sua resposta, com base nas incertezas, em cada caso.

- Compare os valores medidos das associações em série e paralelo, de cada associação realizada (Tabelas 2 e 3) com os valores teóricos previstos (C_P, e não se esqueça das incertezas $\pm\Delta C_P$):

$$\text{Série: } \frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

$$\text{Paralelo: } C_{eq} = \sum_i C_i$$

Parte 2 – Carga e descarga de capacitores

- Faça dois gráfico em papel milimetrado: um para a tensão no capacitor em função do tempo e, outro para a corrente do circuito, em função do tempo, para o <u>processo de carga</u> do capacitor. Compare e discuta estas curvas, com o previsto pela teoria.
- Faça um gráfico em papel milimetrado da tensão em função do tempo dos dados obtidos no processo de <u>descarga do capacitor</u>. Faça uma linearização da curva obtida, ou seja, faça um gráfico de ***ln V*** em função do tempo ***t*** no papel milimetrado. Você também <u>poderá optar</u> por um gráfico em papel monolog, neste caso de ***V*** em função ***t***.
- Obtenha do item anterior, o valor de $\tau_C = RC$ pelo gráfico de descarga do capacitor. Compare este valor com o produto ***RC*** obtidos dos valores **nominais de *C*** e ***R*** e, de seus valores **medidos**.
- Com base no modelo teórico, mostre **matematicamente** que o tempo característico ($\tau_C = RC$) corresponde a 63,2 % da *fem* fornecida, no caso do processo de carga, e a 36,8% da carga acumulada no capacitor, no caso de descarga.
- Deduza as equações (2), (3), (6) e (7) a partir da análise do circuito RC.

Parte 3 – Constante de permissividade do ar

- Construa um gráfico de capacitância em função do inverso da distância entre as placas do capacitor, com suas respectivas barras de incerteza.

- Comente sobre a curva obtida e a validade da relação C = $\varepsilon_o A/d$.

10.4 Experimento 4: Princípios da fonte de corrente contínua, lei de Faraday, transformadores e campo magnético da Terra

10.4.1 Objetivos

- ✓ Entender cada etapa do funcionamento de uma fonte de corrente contínua "simplificada".
- ✓ Realizar experimentos que verifiquem a lei de indução de Faraday.
- ✓ Estudar o processo de transformação de tensão em um transformador.
- ✓ Obter a componente horizontal do campo magnético terrestre.

10.4.2 Materiais necessários

- ✓ 4 diodos de alta amperagem.
- ✓ 5 resistores cerâmicos (R1 = 8Ω; R2, R3 e R4 = 15 Ω e R5 = 22 Ω) de 20 W de potencia.
- ✓ 1 capacitor eletrolítico de 2200 μF e 50 V.
- ✓ 1 Bússola.
- ✓ 1 transformador com tensão de entrada 127 V AC e tensão de saída 24 V AC.
- ✓ 1 espira com duas voltas.
- ✓ Um ímã em forma de bastão
- ✓ Bobinas (300, 600, 900, 1200 e 10.000 espiras).
- ✓ 2 multímetros.

10.4.3 Referencial Teórico

A fonte de corrente contínua (CC)

Uma forma de se obter corrente contínua é através da retificação de uma fonte de corrente alternada, utilizando uma ponte de diodos para a retificação. A Figura 1 é uma ilustração dos principais componente de uma fonte de corrente deste tipo.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

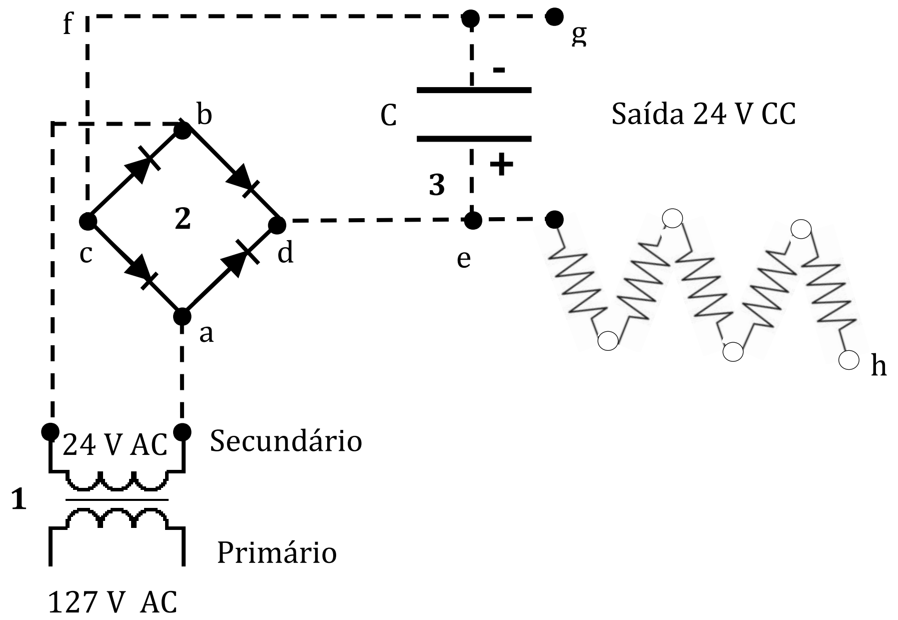


Figura 1 – Componentes básicos de um circuito retificador de corrente. Neste experimento, o transformador (1) abaixa a corrente alternada de 127 V para 24 V AC, enquanto o conjunto de diodos orientados em (2) limita o sentido da corrente alternada. O capacitor (3) suaviza a corrente elétrica no circuito.

Vamos por etapa, passando por cada componente do circuito.

1. O transformar (1) com entrada de 127 V AC na bobina primária, abaixa a tensão elétrica para 24 V AC, devido a um menor número de espiras na bobina secundária.

2. O conjunto de diodos em (2) permite a passagem da corrente elétrica, somente em um sentido.

O diodo é um dispositivo eletrônico composto de cristal semicondutor de silício ou germânio, dopados por diferentes átomos, causando um desequilíbrio na valência do cristal. O diodo possui um pólo negativo chamado de cátodo e um pólo positivo chamado de ânodo. Sua representação é ilustrada na Figura 2:

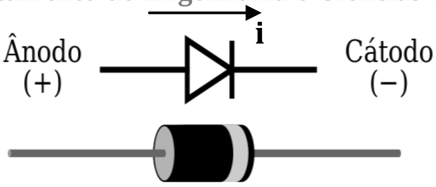


Figura 2 – Representação esquemática de um diodo, indicando sua polarização.

De acordo com a construção dos diodos, só haverá fluxo de elétrons no sentido cátodo para ânodo, quando a parte positiva da fonte for ligada ao ânodo e a parte negativa ao cátodo (polarização direta). Por outro lado, uma corrente elétrica (i) no sentido ânodo para cátodo será estabelecida, segundo o sentido convencional da corrente elétrica.

O efeito de diodos sobre o sentido da corrente elétrica alternada, quando dispostos, conforme a Figura 1, é ilustrado na Figura 3:

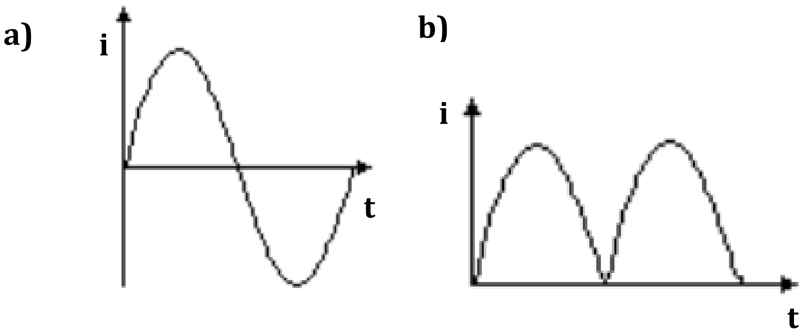


Figura 3 – (a) Forma de onda da corrente elétrica alternada no primário e secundário do transformador. (b) O efeito de diodos, como dispostos na Figura 1, permite a passagem da corrente elétrica somente em um sentido

O efeito da presença de um capacitor conectado ao circuito, conforme a Figura 1, é ilustrado na figura 4. Ao descarregar, o capacitor amortecerá a queda de corrente, tornando esta quase constante.

O experimento apresentado aqui é um modelo simples de retificador de corrente alternada. Um modelo mais completo, necessita de outros tipos de diodos, com diferentes propriedades, como o diodo Zener.

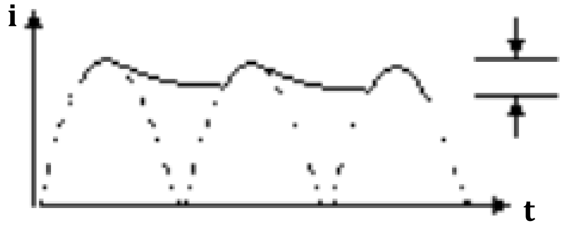


Figura 4 – Efeito da presença de um capacitor no circuito sobre as oscilações na corrente elétrica, vista na Figura 3.

A lei de Faraday

Através de alguns experimentos realizados por Michel Faraday, em 1831, ele observou que uma força eletromotriz (fem) poderia ser induzida em uma espira, na presença de um campo magnético variável. Esta lei é enunciada da seguinte forma:

A força fem induzida em um circuito é igual ao negativo da taxa de variação com que o fluxo magnético (Φ_B) através do circuito está mudando no tempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \text{Eq (1)}$$

A lei de Lenz, proposta em 1834 ajuda a compreender o sinal negativo sugerido por Faraday:

A corrente elétrica induzida em uma espira fechada condutora aparece em um sentido que se opõe à mudança que a produziu.

O Transformador

Um transformador é constituído basicamente por dois enrolamentos que utilizando um núcleo comum pode aumentar ou diminuir uma tensão elétrica alternada. A tensão alternada da rede é sempre conectada no enrolamento primário. Uma saída de tensão é obtida no enrolamento do secundário e, esta pode ser aumentada ou diminuída, de acordo com seu número de espiras. A Figura 5 é uma ilustração de um transformador, com núcleo, enrolamento primário e enrolamento secundário.

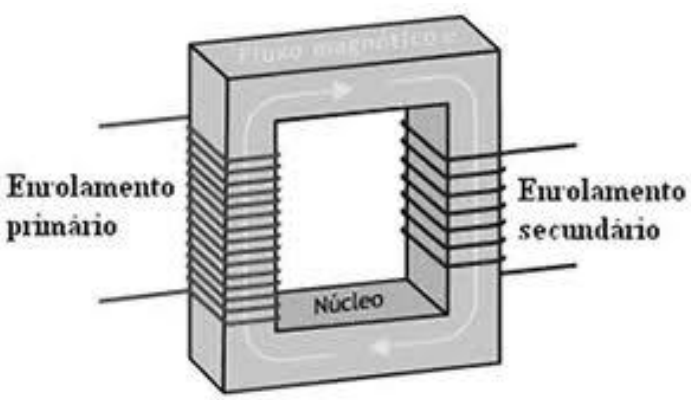


Figura 5 – Representação esquemática de transformador com enrolamento primário, secundário e núcleo.

Por simplicidade considera-se um modelo baseado em um transformador ideal, ou seja, despreza-se as perdas de energia por efeito Joule nos enrolamentos, bem como a energia dissipada devido às correntes de foucault, provocada pelo campo magnético alternado na vizinhança dos enrolamentos, particulamente no núcleo. Além disso, considera-se que os fluxos do campo magnético através dos enrolamentos são iguais. Sendo assim, com base na lei de indução de Faraday, a fem por *espira* é a mesma em ambos os enrolamentos, primário com N_P espiras e o secundário, com N_S espiras. Em outras palavras:

$$\frac{V_P}{N_P} = \frac{V_S}{N_S} \qquad \text{Eq (2)}$$

Resolvendo a igualdade para V_S, obtém-se:

$$V_S = V_P \frac{N_S}{N_P} \qquad \text{Eq (3)}$$

Se $N_S > N_P$, trata-se de um transformador elevador de tensão; se $N_S < N_P$ trata-se de um transformador abaixador de tensão.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

O Campo Magnético da Terra

Desde os tempos de Gilbert (1544 – 1603) a Terra foi considerada como um grande imã natural. Este campo magnético na superfície da Terra, varia segundo a região em que é medido, de uns 0,2 a 0,6 gauss.

Uma maneira simples da obtenção da componente horizontal do campo magnético terrestre (B_{TH}), consiste na aplicação de um campo magnético externo (B_{EXT}) perpendicular a B_{HT} e a observação da deflexão de uma bússola, que aponta na mesma direção que o campo resultante (B_{RES}) entre os campos B_{TH} e B_{EXT}. A Figura abaixo ilustra, uma observação vista de cima, dos vetores B_{HT}, B_{EXT}, B_{RES} e a deflexão da Bússola Φ.

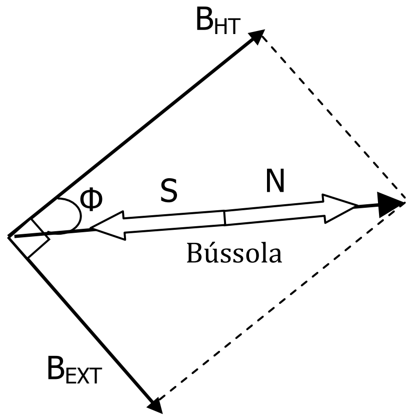


Figura 6 – Vetores B_{HT}, B_{EXT}, B_{RES} e o ângulo de deflexão de uma bússola, indicada por setas maiores na Figura

Uma maneira simples de se obter um campo magnético externo é fazer uma corrente elétrica ***i*** percorrer um enrolamento com N espiras de raio R. De acordo com a lei de Biot Savart, o campo magnético externo no centro deste enrolamento é:

$$B_{EXT} = \frac{\mu_o}{2R} N i \qquad \text{Eq (4)}$$

Desta forma, obtém – se uma relação entre as grandezas B_{HT}, tgΦ e i, possibilitando o cálculo de B_{HT}.

10.4.4 Procedimentos Experimentais

Parte 1 - Fonte de Corrente Contínua (CC)

1. Identifique na Figura 7 (e anote nos espaços em branco), o transformador, a ponte de diodos, o capacitor e as resistências elétricas. Realize no circuito do experimento as conexões do transformador com a ponte de diodos e, as conexões do capacitor.

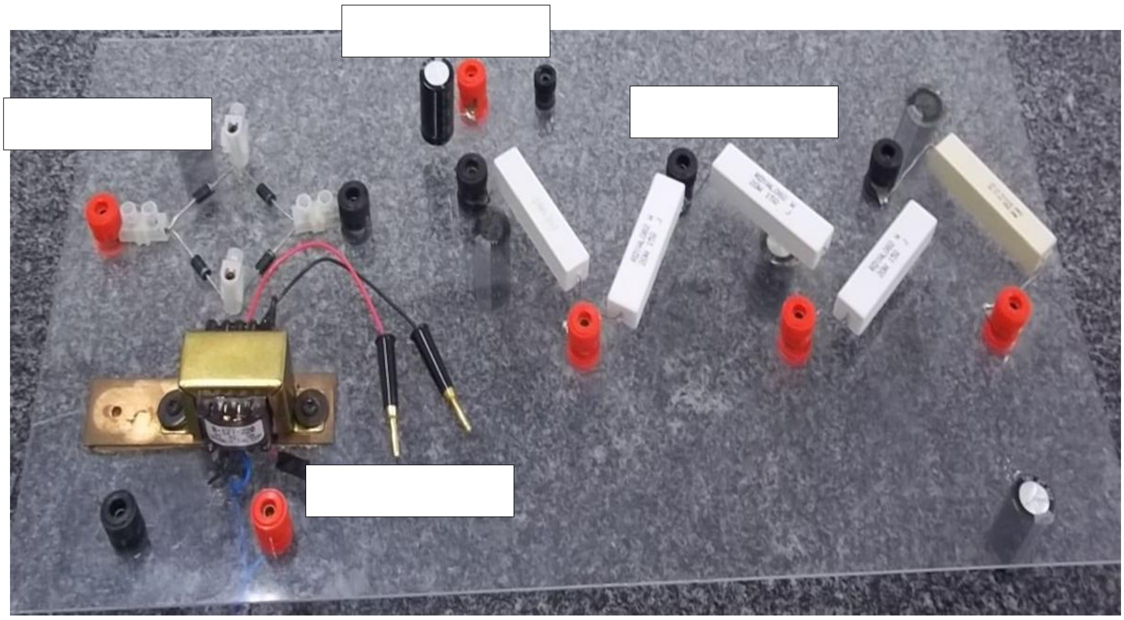


Figura 7 – Placa com componentes para a transformação de corrente CA para CC.

2. Observe a Figura 3(a) e procure entender como os diodos dispostos desta forma transformam a onda senoidal da corrente em uma onda tipo ao da Figura 3(b). Com base nisto, o sentido da corrente elétrica, será de ***d*** para ***e*** ou de ***c*** para ***f*** ?
3. Procure entender o papel do capacitor no circuito, sobre a forma da onda obtida na Figura 3(b). Qual será o sentido da corrente elétrica para um circuito ligado entre os pontos ***g*** e ***h*** ?

Parte 2 - O Campo Magnético da Terra

1. Tome a bobina com N espiras, bem como a fonte de tensão contínua montada neste experimento. Conte o número de espira das bobinas. Anote o valor.

Número de espiras (N) =

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

2. Calcule o raio da mesma, utilizando uma régua milimetrada. Faça 5 medidas, para a obtenção de uma média e cálculo da incerteza, R±ΔR.

Tabela 1 – Valores medido para o raio da bobina

R_1=	R_2=	R_3=	R_4=	R_5=	$R_{médio}$=	±ΔR = σ

3. Conecte a entrada da bobina em série com as resistências deste experimento e em série com um amperímetro. Desta forma, variando-se a resistência elétrica, é possível medir diferentes valores de corrente elétrica na bobina e consequentemente, de campo magnético.
4. Coloque a bússola sobre o centro de uma das bobinas, de acordo com a Figura 8. Você utilizará somente uma das bobinas.
5. Oriente a espira, de tal forma que o campo magnético produzido por esta (B_{EXT}) seja perpendicular ao campo magnético da Terra.

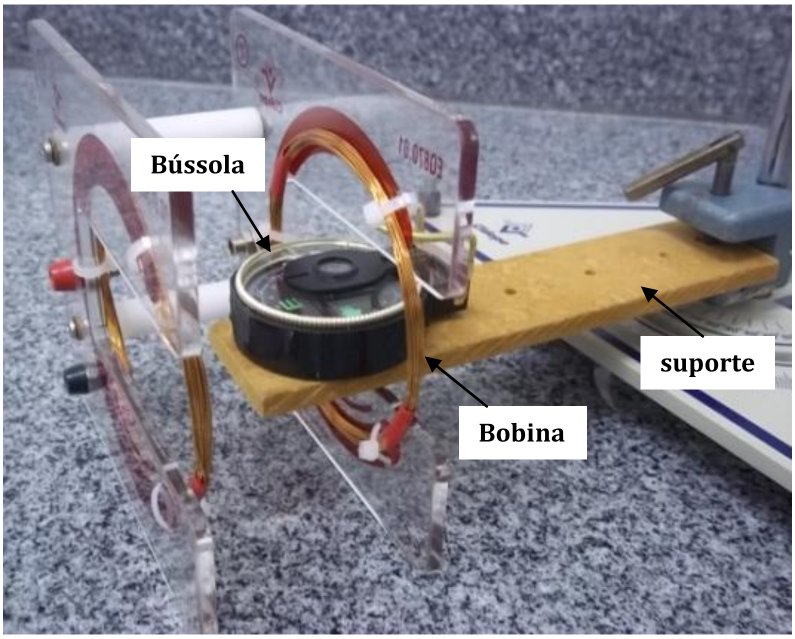


Figura 8 – Montagem experimental para a determinação do campo magnético terrestre.

6. Ligue a fonte de tensão (**sob orientação do monitor ou professor**) e meça para diferentes conexões nas resistências da fonte, diferentes ângulos de deflexão **Φ**. Complete a Tabela 2 Abaixo:

Tabela 2 – Valores medidos de ângulo de deflexão em função da corrente nas espiras.

i (A)						
Φ (o)						

Parte 3 – Lei de Faraday

1. Conecte a bobina de 600 espiras ao voltímetro do multímetro (na menor escala possível de tensão contínua) e, de acordo com a Figura 9. O cabo vermelho deve ser ligado no "com" da fonte.

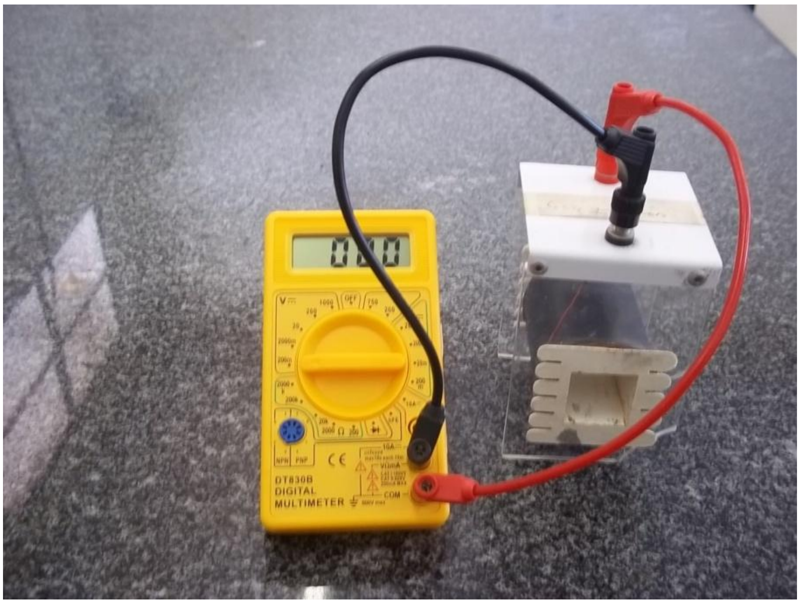


Figura 9 – Montagem experimental para o estudo da lei de Faraday.

2. Com o auxílio da bússola, identifique qual é o polo norte e o polo sul do ímã. (Não se esqueça que o ímã aponta para o norte geográfico da Terra que, na verdade, está próximo de seu polo sul magnético).

Identificação:

3. Pegue um ímã em barra e aproxime seu pólo norte no interior da bobina. Torne a retirá-lo. O que você conclui ?

Conclusão:

4. Aumente a velocidade do ímã no interior da bobina. O que você conclui ?

Conclusão:

5. A Figura 10 simboliza as espiras da bobina (vista de frente) e o sinal **x**, o sentido do vetor **B**. O que ocorre o fluxo de indução magnética que penetram no interior da bobina quando:

   a) O pólo norte magnético do ímã se aproxima da bobina.

O que ocorreu ?

   b) O pólo norte magnético do ímã se afasta da bobina.

O que ocorreu ?

6. Relacione o fluxo de indução magnética com a “velocidade” com que ele ocorre e escreva uma expressão para o módulo da força eletromotriz medida pelo voltímetro.

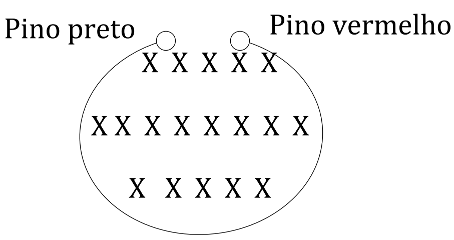
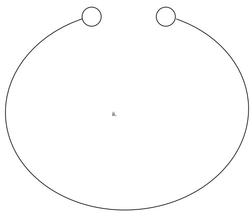


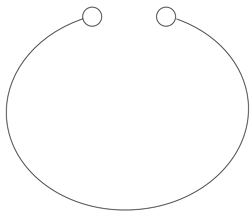
Figura 10 - Representação das linhas de campo magnético (polo norte) no interior da bobina.

7. Com base na lei de Lenz, represente o fluxo do campo magnético, **devido a corrente induzida que aparece nas bobinas** por causa das variações do fluxo de indução magnética dos experimentos em (a) e (b) do ítem 5. Represente também (com uma seta), o sentido da força eletromotriz (fem), em cada item.

Experimento (a)

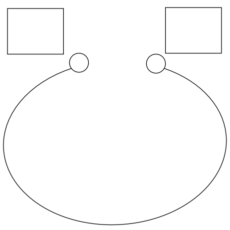


Experimento (b)

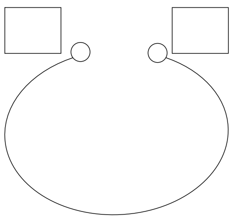


8. Tendo como base **os sinais de tensão** lidos para os casos (a) e (b) do item 6, identifique na bobina e, marque nos quadrados dos desenhos abaixo, os potenciais elétricos dos pinos vermelho e preto [potencial maior (+) e menor (-)].

(a) Pino preto Pino vermelho



(b) Pino preto Pino vermelho



9. Esta observação está de acordo com o sentido da fem do item 7 ? Está previsto com o que você aprendeu no curso teórico de eletromagnetismo ?

10. Novamente, detalhe todos estes itens durante a confecção do relatório.

Parte 4 - O Transformador

1. Execute a montagem conforme a Figura 11, mantendo o interruptor na posição 1 (sem ligar a fonte).

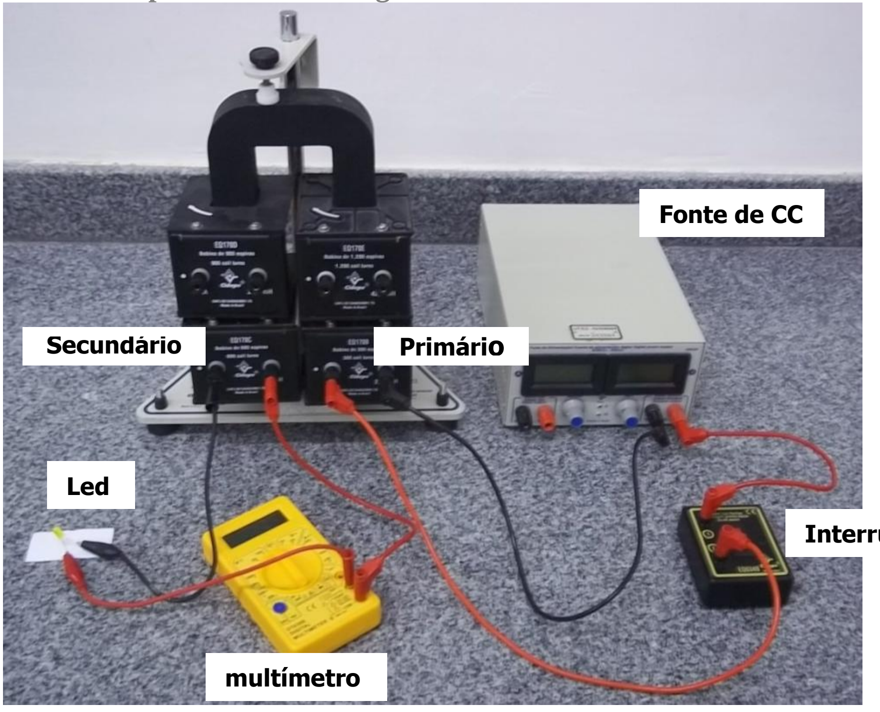


Figura 11 – Montagem experimental para o estudo do transformador.

2. Com o interruptor na posição 1, ajuste a fonte de corrente contína (CC) para **2 V**. Em seguida, ajuste o multímetro para que ele opere como amperímetro. Coloque na escala de miliamper.
3. Acione a chave liga desliga e observe o miliamperímetro do multímetro e o Led.

Observação:

4. Segundo suas observações, o que deve ocorrer com a corrente elétrica, no primário do transformador, para que o processo de indução eletromagnética se desencadeie ?

O que ocorre:

5. Substitua a fonte de tensão contínua, pelo transformador de corrente alternada (CA) 127 V CA/ 6 V CA (Figura 12).

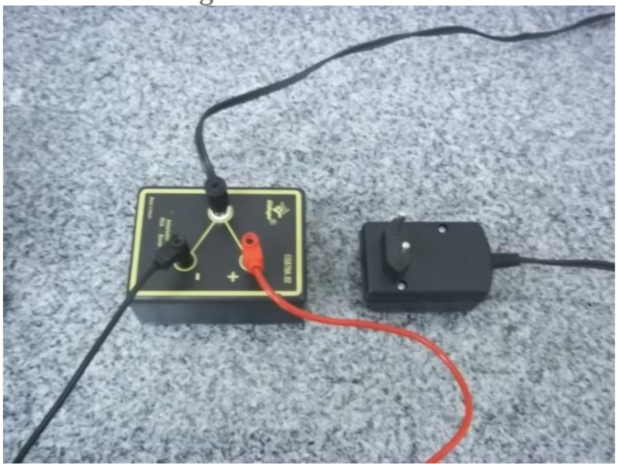


Figura 12- Conexões do transformador 127 V CA/ 6 V CA.

6. Nesta etapa do experimento, será construído um transformador aumentador de tensão elétrica. Neste caso, usaremos o primário com 300 espiras.
7. Com o aparato experimental desligado da fonte de tensão, conecte um interruptor em série com esta bobina e use um voltímetro para a medição da tensão elétrica no primário.
8. No secundário você utilizará as bobinas, com o número de espiras, iguais a 600, 900, 1200 espiras. Faça ligações em série para obter 1500, 1800, 2100 espiras.
9. Conecte o voltímetro na saída da tensão do secundário.
10. Peça ao **professor ou monitor** para realizar uma verificação nas ligações. Ligue a fonte de tensão 6 V CA e o interruptor. Leia os valores de tensão no primário (U_P) do transformador e no secundário (U_S), para cada bobinado no secundário. Complete a Tabela 3.

Tabela 3 - Número de espiras no secundário e tensões no primário e secundário do transformador.

Espiras secundário	600	900	1200	1500	1800	2100
U_P (V)						
U_S (V)						

UFES CEUNES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO UNIVERSITÁRIO NORTE DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Engenharia e Ciências Exatas

10.4.5 O que incluir no Relatório do Experimento

- Detalhamento da função do transformador, da ponte de diodos e do capacitor na transformação da corrente alternada para contínua.

- Sobre a parte 3 deste experimento, escreva uma equação que relacione ***Tg(Φ), B***$_{HT}$ ***e i***. Faça um gráfico em papel milimetrado de Tg Φ em função de i e obtenha a componente horizontal do campo magnético da Terra com sua incerteza. Adote $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ T.m/A. O valor obtido, estará em unidade de Tesla (T), do sistema internacional de unidades (SI). Compare o valor obtido com o da literatura. Os valores são iguais ? Porque ?

- Detalhamento de todos os procedimentos experimentais e as conclusões obtidas para o entendimento da lei de Faraday.

- Sobre a parte 4 deste experimento, construa um gráfico de V_{sec}/V_{prim} em função de N_{sec}/N_{prim}, para as diferentes bobinas no secundário do transformador (já que N_{prim} = 300 espiras). Compare o resultado com o que você esperaria encontrar baseado na relação de transformação para um transformador ideal. Comente e discuta.

- Responda as questões:

  Um transformador funciona com corrente contínua ? Explique porque sim ou porque não.

  O que é um transformador ideal ? Deduza a relação de transformação de tensões para o transformador ideal.

  Para que serve os núcleos magnéticos utilizado nos transformadores ? Qual a propriedade física importante que estes núcleos possuem ?

  O que são correntes de Foucalt e qual o seu papel no funcionamento dos transformadores ?